

Système de numération

Dans **notre système de numération**, la valeur associée à un chiffre dépend de la position de ce chiffre. C'est donc un système de type **positionnel**.

Chaque position vaut 10 fois la valeur de la position située immédiatement à sa droite. Ainsi, une centaine vaut 10 fois plus qu'une dizaine. **La base de notre système de numération est dix.**

Positions

unités de milliards
centaines de millions
dizaines de millions
unités de millions
centaines de mille
dizaines de mille
unités de mille
centaines
dizaines
unités

Valeurs

$10 \times 100\,000\,000 = 1\,000\,000\,000$
$10 \times 10\,000\,000 = 100\,000\,000$
$10 \times 1\,000\,000 = 10\,000\,000$
$10 \times 100\,000 = 1\,000\,000$
$10 \times 10\,000 = 100\,000$
$10 \times 1\,000 = 10\,000$
$10 \times 100 = 10\,000$
$10 \times 10 = 100$
$10 \times 1 = 10$
1

Lecture et écriture d'un nombre

La **forme développée** d'un nombre est une écriture qui permet de mettre en évidence la valeur de chacun des chiffres de ce nombre.

Ex. : Le nombre 5643 se lit « cinq mille six cent quarante-trois ».

	5		6		4		3
Positions	unités de mille		centaines		dizaines		unités
Valeurs	5000		600		40		3
Forme développée	5×1000	+	6×100	+	4×10	+	3×1

Ordre entre les nombres

Il existe plusieurs façons de représenter l'**ordre** entre des nombres. Par exemple, si l'on a les nombres 12, 66, 83 et 133, on peut :

- en dresser la **liste** selon un ordre **croissant** ou un ordre **décroissant** ;

Ordre croissant : 12, 66, 83, 133.

Ordre décroissant : 133, 83, 66, 12.

- les placer sur une **droite numérique**. La flèche placée à l'extrémité droite indique le sens dans lequel les nombres augmentent ;



- utiliser le symbole « < » pour « **est inférieur à** » et le symbole « > » pour « **est supérieur à** ». Dans les deux cas, le symbole pointe toujours vers le plus petit nombre.

$$66 < 133$$

$$83 > 12$$

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Addition et soustraction

L'**addition** de deux nombres (termes) est une opération qui permet d'obtenir un troisième nombre appelé la **somme**.

Ex. : $54 + 12 = 66$
terme terme somme

La **soustraction** de deux nombres (termes) est une opération qui permet d'obtenir un troisième nombre appelé la **différence**.

Ex. : $66 - 12 = 54$
terme terme différence

L'**addition** est l'**opération inverse** de la **soustraction** et vice-versa.

Ex. : Puisque $54 + 12 = 66$, alors $66 - 12 = 54$ et $66 - 54 = 12$.

Propriétés de l'addition

Commutativité

Propriété qui permet de modifier l'ordre des nombres sans changer le résultat.

Ex. : $3 + 6 = 6 + 3$
 $9 = 9$

Associativité

Propriété qui permet de changer l'ordre des opérations sans changer le résultat.

Ex. : $(1 + 4) + 2 = 1 + (4 + 2)$
 $5 + 2 = 1 + 6$
 $7 = 7$

Élément neutre (0)

L'élément neutre additionné à un nombre donne ce nombre comme somme.

Ex. : $8 + 0 = 0 + 8 = 8$

Stratégies de calcul mental

L'utilisation de certaines propriétés des nombres et des opérations permet souvent de simplifier des calculs qui, à première vue, paraissent difficiles. Voici quelques **stratégies de calcul mental**.

A Additionner ou soustraire en décomposant un des nombres.

Ex. : 1) $55 + 37 = 55 + 30 + 7 = 85 + 7 = 92$
2) $87 - 53 = 87 - 50 - 3 = 37 - 3 = 34$

B Additionner ou soustraire en complétant et en réajustant.

Ex. : 1) $63 + 28 = 63 + 30 - 2 = 93 - 2 = 91$
2) $87 - 48 = 87 - 50 + 2 = 37 + 2 = 39$

C Additionner en associant les nombres compatibles (associativité).

Ex. : $17 + 55 + 15 = 17 + (55 + 15) = 17 + 70 = 87$

D Additionner en changeant l'ordre des nombres (commutativité).

Ex. : $43 + 29 + 17 = 43 + 17 + 29 = 60 + 29 = 89$

E Additionner en éliminant l'élément neutre (0).

Ex. : $143\ 618 + 0 = 143\ 618$

Dans l'addition, on peut qualifier deux nombres de **compatibles** si leur somme se termine par 0. Par exemple, 12 et 18 sont compatibles, car $12 + 18 = 30$.

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Multiplication et division

La **multiplication** de deux nombres (facteurs) est une opération qui permet d'obtenir un troisième nombre appelé le **produit**.

Ex. : $9 \times 15 = 135$
 facteur facteur produit

La **division** d'un nombre (dividende) par un autre nombre (diviseur) est une opération qui permet d'obtenir un troisième nombre appelé le **quotient**.

Ex. : $135 \div 15 = 9$
 dividende diviseur quotient

Au lieu du symbole \div , on utilise parfois le trait horizontal pour représenter une division.
 Ex. : $\frac{135}{15} = 9$

La **multiplication** est l'**opération inverse** de la **division** et vice-versa.

Ex. : Puisque $9 \times 15 = 135$, alors $135 \div 9 = 15$ et $135 \div 15 = 9$.

Propriétés de la multiplication et calcul mental

On utilise souvent les **propriétés de la multiplication** pour faciliter certains calculs.

On peut donc s'inspirer de ces propriétés pour développer des **stratégies de calcul mental**.

Voici quelques exemples :

Propriétés	Stratégies de calcul mental
Associativité $(3 \times 4) \times 2 = 3 \times (4 \times 2)$ $12 \times 2 = 3 \times 8$ $24 = 24$	Associer les nombres compatibles $32 \times 25 \times 4 = 32 \times (25 \times 4) = 32 \times 100 = 3200$
Commutativité $3 \times 6 = 6 \times 3$ $18 = 18$	Changer l'ordre des nombres $25 \times 14 \times 4 = 25 \times 4 \times 14 = 100 \times 14 = 1400$
Élément neutre (1) $8 \times 1 = 1 \times 8 = 8$	Éliminer l'élément neutre $143\ 618 \times 1 = 143\ 618$
Élément absorbant (0) $7 \times 0 = 0 \times 7 = 0$	Reconnaître l'élément absorbant $76 \times 12 \times 324 \times 0 \times 6 = 0$
Distributivité de la multiplication sur l'addition $4 \times (6 + 3) = 4 \times 6 + 4 \times 3$ $4 \times 9 = 24 + 12$ $36 = 36$	Multiplier en décomposant un des nombres $15 \times 12 = 15 \times (10 + 2) = 15 \times 10 + 15 \times 2 = 150 + 30 = 180$ Mise en évidence $5 \times 36 + 5 \times 44 = 5 \times (36 + 44) = 5 \times 80 = 400$
Distributivité de la multiplication sur la soustraction $2 \times (8 - 5) = 2 \times 8 - 2 \times 5$ $2 \times 3 = 16 - 10$ $6 = 6$	Multiplier en complétant et en réajustant $6 \times 98 = 6 \times (100 - 2) = 6 \times 100 - 6 \times 2 = 600 - 12 = 588$ Mise en évidence $4 \times 77 - 4 \times 67 = 4 \times (77 - 67) = 4 \times 10 = 40$

En multiplication, on peut dire que deux nombres sont **compatibles** si leur produit se termine par 0. Par exemple, 4 et 25 sont compatibles, car $4 \times 25 = 100$.

Différentes formes de quotient

Lorsqu'une division permet de résoudre un problème, il faut tenir compte de la situation pour exprimer le résultat sous la forme la plus appropriée.

Ce résultat peut être :

- **un nombre entier**
 - soit parce qu'il n'y a pas de reste à la division;
Ex. : $32 \div 4 = 8$
 - soit parce que l'on s'intéresse au reste de la division;
Ex. : Le reste de $33 \div 4$ est 1.
 - soit parce que le contexte exige une réponse entière.

- **un nombre entier suivi**
 - **d'une fraction;**
Ex. : $33 \div 4 = 8\frac{1}{4}$
On dit alors que $8\frac{1}{4}$ est un nombre fractionnaire.
 - **d'une partie décimale.**
Ex. : $33 \div 4 = 8,25$

On utilise la virgule pour séparer la partie entière (8) de la partie décimale (25). On dit que le nombre 8,25 est écrit en notation décimale.

$\begin{array}{r} 33 \\ - 32 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 8 \end{array}$ 	$\begin{array}{r} 33 \\ - 32 \\ \hline 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 8, \end{array}$ 	$\begin{array}{r} 33 \\ - 32 \\ \hline 10 \\ - 8 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 8,25 \end{array}$ 
<p>Si le reste n'est pas nul, on peut écrire le quotient sous la forme d'un nombre fractionnaire ($8\frac{1}{4}$).</p>	<p>Pour obtenir un nombre en notation décimale, on poursuit la division. On insère une virgule dans le quotient et on ajoute un zéro à la droite du reste. On continue ensuite la division.</p>	<p>La division est terminée quand le reste est nul ou quand le niveau de précision désiré est atteint.</p>

Pour indiquer qu'une division n'est pas terminée, on place des points de suspension à la fin du quotient ou on utilise le symbole « \approx » qui signifie « est à peu près égal ».

Ex. : $50 \div 7 = 7,14\dots$ ou $50 \div 7 \approx 7,14$.

Estimation

Estimer une quantité, c'est donner une approximation de cette quantité lorsque la connaissance de la **valeur exacte** n'est **pas nécessaire** ou que cette valeur est **impossible à trouver**.

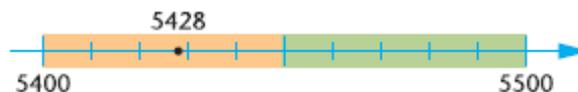
- Ex. : 1) Estimer la vitesse d'une voiture qui passe devant soi.
2) Estimer le nombre de grains de sable sur une plage.

Arrondissement

Arrondir un nombre, c'est donner une approximation de ce nombre alors que sa **valeur exacte est connue**. Pour arrondir un nombre à une position donnée :

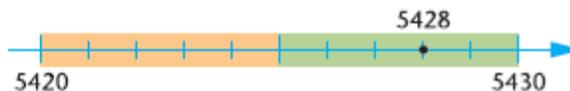
- on remplace par des **zéros** tous les chiffres à la droite de la position donnée, si le chiffre placé immédiatement à la droite de la position donnée est 4, 3, 2, 1 ou 0 ;

Ex. : 5428 arrondi à la centaine près est 5400.



- on **additionne 1** au chiffre de la position donnée et on remplace par des **zéros** tous les chiffres à la droite de cette position, si le chiffre placé immédiatement à la droite de la position donnée est 5, 6, 7, 8 ou 9.

Ex. : 5428 arrondi à la dizaine près est 5430.



Stratégies de calcul mental

Une technique d'estimation est efficace lorsqu'elle est facile à utiliser et fournit une assez bonne précision. Voici quelques suggestions de **stratégies d'estimation**.

- A** Estimer une somme ou une différence en **arrondissant** les nombres au même ordre de grandeur.

- Ex. : 1) $487 + 118 + 1214 \approx 500 + 100 + 1200 = 1800$
2) $17\,432 - 4791 \approx 17\,000 - 5000 = 12\,000$

- B** Estimer une somme à l'aide d'un nombre **représentatif** de l'ensemble des nombres lorsque ces nombres sont tous du même ordre de grandeur.

- Ex. : $84 + 78 + 76 + 85 + 83 \approx 5 \times 80 = 400$

- C** Estimer une somme en associant les nombres **compatibles**.

- Ex. : $53 + 187 + 255 + 11 = (53 + 255) + (187 + 11) \approx 300 + 200 = 500$

- D** **Arrondir** les facteurs à leur plus grande position.

- Ex. : $36 \times 82 \approx 40 \times 80 = 3200$

- E** **Arrondir** le dividende et le diviseur à la plus grande position du diviseur.

- Ex. : $158 \div 43 \approx 160 \div 40 = 16 \div 4 = 4$

- F** Remplacer le dividende et le diviseur par des nombres **compatibles**.

- Ex. : $491 \div 28 \approx 500 \div 25 = 20$

En estimation, on peut qualifier deux nombres de **compatibles** si leur somme, leur différence, leur produit ou leur quotient s'estime facilement.

Recensement, population et caractère

La **statistique** est la branche des mathématiques qui a trait à la collecte, au classement, à l'analyse et à l'interprétation des données afin d'en tirer des conclusions et de faire des prévisions.

Recensement : recherche d'informations sur toute une population. Lorsque cette population est constituée d'objets, on parle plutôt d'**inventaire**.

Population : ensemble des êtres vivants ou des objets sur lesquels porte une étude statistique.

Caractère : ce sur quoi porte la recherche de données. Il existe deux types de caractères :

- **qualitatifs** : données recueillies qui sont des **mots** ou des **codes**;

Ex. : couleur des yeux, sport préféré, religion, code postal.

- **quantitatifs** : données recueillies qui sont des **nombres**.

Ex. : âge, nombre de frères et soeurs, taille, masse.

Ex. : **Inventaire**

Population	Caractère étudié	Type de caractère
L'ensemble des planches à neige dans une boutique de sport	Longueur des planches à neige	Quantitatif
	Couleur des planches à neige	Qualitatif

Étendue

L'**étendue** est la mesure qui correspond à la **différence** entre les **données extrêmes** d'une distribution.

$$\text{Étendue} = \left(\begin{array}{c} \text{donnée ayant} \\ \text{la plus grande valeur} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{donnée ayant} \\ \text{la plus petite valeur} \end{array} \right)$$

Ex. : Dans un groupe de personnes où la plus jeune a 22 ans et la plus âgée a 75 ans, l'étendue des âges est de 53 ans (75 – 22 = 53).

Tableaux

En statistique, on utilise souvent des **tableaux** et des **diagrammes** pour fournir des informations d'une manière claire et concise.

Principaux éléments d'un tableau de distribution

Forces armées ← Titre	
En-tête à chaque colonne →	
Fonction	Effectif
Armée-cadre	157 000
Armée de l'air	155 000
Armée navale	156 000
Armée de terre	153 000
Total	621 000

← Effectif total (optionnel)

Les modalités (caractère qualitatif) sont généralement présentées selon un certain ordre : alphabétique, chronologique ou d'effectif.

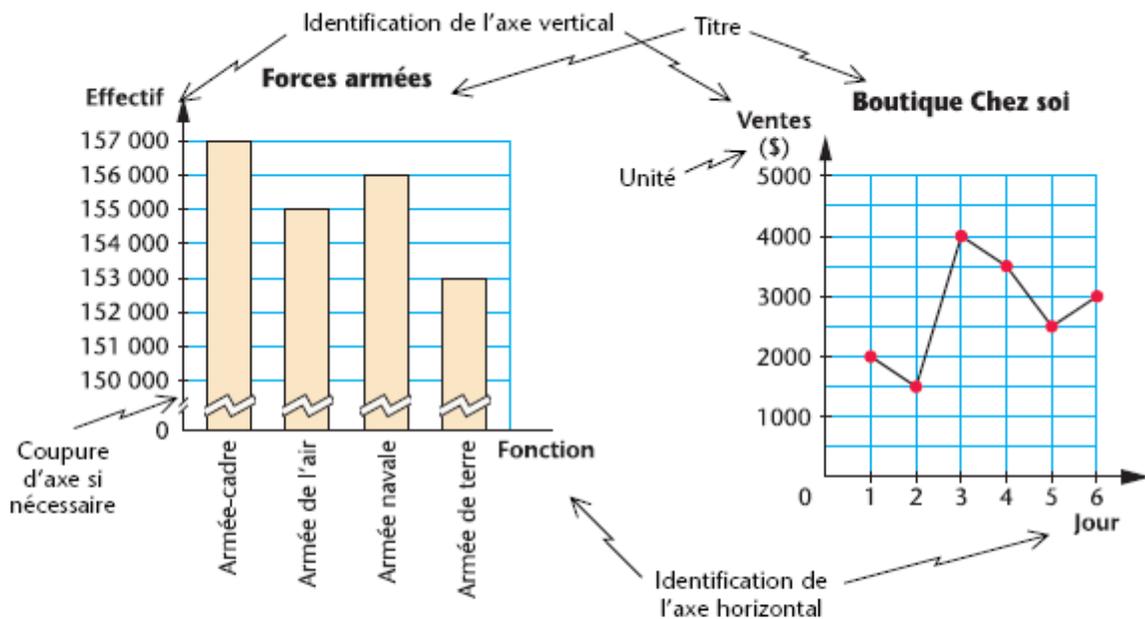
Les valeurs (caractère quantitatif) sont généralement présentées en ordre croissant.

Diagrammes à bandes et à ligne brisée

Le **diagramme à bandes** est généralement utilisé pour représenter les modalités d'un caractère **qualitatif**.

Le **diagramme à ligne brisée** est utilisé pour représenter des phénomènes qui **évoluent dans le temps**.

Principaux éléments d'un diagramme



- Toutes les bandes ont la même largeur.
- Tous les espaces entre les bandes sont égaux.
- Les bandes peuvent être verticales ou horizontales.

- La croissance, les variations de température et l'évolution démographique d'une population sont des exemples de phénomènes qui peuvent être représentés par un diagramme à ligne brisée.
- On place l'unité de temps sur l'axe horizontal.

Comment déterminer le pas de graduation?

- Le **pas de graduation** doit être constant tout le long de l'axe.
- On utilise généralement de cinq à dix graduations.
Ex. : 1) Le plus grand effectif est 19 800.
2) Nombre de graduations désirées : par exemple, 10.
3) Pas de graduation : $19\,800 \div 10 = 1980 \approx 2000$.
- On utilise parfois une coupure d'axe pour éliminer certaines graduations.

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

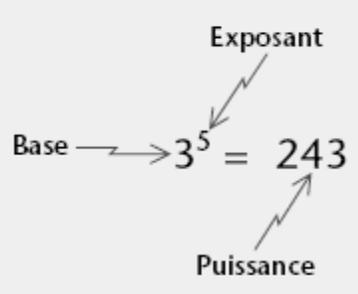
Notation exponentielle

L'**opération** qui consiste à multiplier un nombre par lui-même un certain nombre de fois s'appelle l'**exponentiation**. La notation exponentielle permet d'écrire le produit de plusieurs facteurs identiques sous une **forme abrégée**.

Ex. : $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$

Produit de 5 facteurs identiques Notation exponentielle

Dans l'expression $3^5 = 243$, la base est 3, l'exposant est 5 et la puissance est 243. On dit que « 3 exposant 5 égale 243 », ou que « la 5^e puissance de 3 est 243 ».

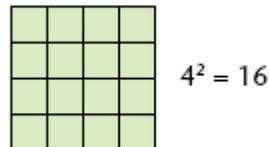


Soit n , un nombre naturel plus grand que 1. Dans l'expression a^n , l'exposant n indique le nombre de fois que la base a apparaît comme facteur dans un produit.

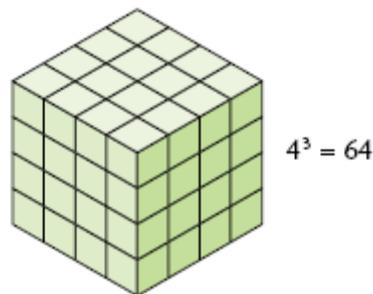
$$\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs identiques}} = a^n$$

Les exposants 2 et 3

L'expression 4^2 se lit « **4 exposant 2** » ou « **4 au carré** », car on peut associer ce nombre à l'**aire d'un carré** dont la mesure du côté est de 4 unités. On dit que 16 est un carré parfait.



L'expression 4^3 se lit « **4 exposant 3** » ou « **4 au cube** », car on peut associer ce nombre au **volume d'un cube** dont la mesure d'une arête est de 4 unités. On dit que 64 est un cube parfait.



Les exposants 0 et 1

Les exposants 0 et 1 présentent certaines particularités. Pour n représentant un nombre, on a :

$$\begin{aligned} n^1 &= n && \text{Ex. : } 7^1 = 7 \\ n^0 &= 1 \text{ (si } n \neq 0) && \text{Ex. : } 5^0 = 1 \\ 0^0 &\text{ n'est pas défini.} \end{aligned}$$

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Caractères de divisibilité

Un nombre est divisible par	
2	si le chiffre des unités est un nombre pair.
3	si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
4	si le nombre formé par les deux derniers chiffres est divisible par 4.
5	si le chiffre des unités est 0 ou 5.
6	s'il est divisible par 2 et 3.
9	si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
10	si le dernier chiffre est 0.
12	s'il est divisible par 3 et 4.
25	si le nombre formé par les deux derniers chiffres est divisible par 25.

Nombre premier et nombre composé

- Un **nombre premier** a exactement **deux diviseurs**.

Ex. : 17 est un nombre premier, car ses diviseurs sont 1 et 17.

Le nombre **1** n'est **pas premier** puisqu'il n'a qu'un seul diviseur.

- Un **nombre composé** a **plus de deux diviseurs**.

Ex. : 24 est un nombre composé, car ses diviseurs sont 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24.

Factorisation

La **factorisation d'un nombre** est son écriture sous la forme d'un **produit de facteurs**.

Ex. : 1) 2×12 et $2 \times 3 \times 4$ sont des factorisations de 24.

2) 30×10 et $3 \times 4 \times 5 \times 5$ sont des factorisations de 300.

Factorisation première

La **factorisation première** ou la **décomposition en facteurs premiers d'un nombre** est son écriture sous la forme d'un **produit de facteurs premiers**.

La factorisation première d'un nombre est **unique**.

Ex. : 1) La factorisation première de 24 est $2 \times 2 \times 2 \times 3$ ou $2^3 \times 3$.

2) La factorisation première de 300 est $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$ ou $2^2 \times 3 \times 5^2$.

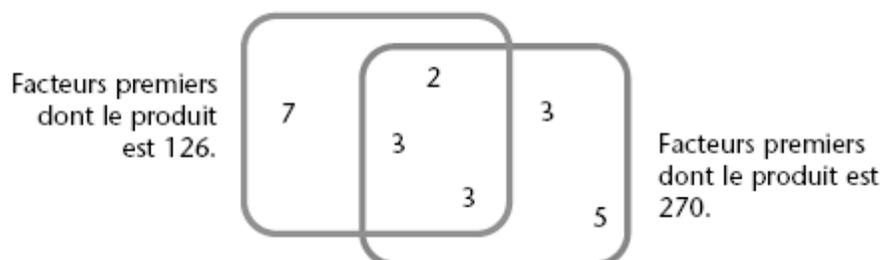
Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Plus grand commun diviseur et plus petit commun multiple

On peut utiliser la **factorisation première** pour déterminer le **plus grand commun diviseur** (PGCD) de deux ou de plusieurs nombres et le **plus petit commun multiple** (PPCM) de deux ou de plusieurs nombres. On prend ici comme exemples les nombres 126 et 270.

Schéma du PGCD et du PPCM



Le PGCD (126, 270) correspond au produit des facteurs premiers de la partie centrale du schéma : $2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2 = 18$.

Le PPCM (126, 270) correspond au produit de tous les facteurs premiers dans le schéma : $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 2 \times 3^3 \times 5 \times 7 = 1890$.

On dit que deux ou plusieurs nombres sont **premiers entre eux** si leur **PGCD est 1**.

Ex. : Les nombres 5, 12 et 17 sont premiers entre eux car leur PGCD est 1.

Priorités des opérations

Afin d'éviter toute confusion, des priorités ont été établies dans l'ordre des opérations. Au besoin, on peut modifier cet ordre en utilisant des parenthèses. Les parenthèses indiquent alors les opérations qui doivent être effectuées en premier.

	Une stratégie efficace pour effectuer une chaîne d'opérations consiste à effectuer une seule opération à la fois et à réécrire le reste de l'expression.		
	Ex. 1) :	Ex. 2) :	
↓ Priorités des opérations	1. les opérations entre parenthèses;	$60 - 24 \div (9 - 5) \times 3^2 + 1$	$3 \times 2^3 - 5 \times (4 + 8) \div 10 - 7$
	2. l'exponentiation;	$= 60 - 24 \div 4 \times 3^2 + 1$	$= 3 \times 2^3 - 5 \times 12 \div 10 - 7$
	3. les multiplications et les divisions, de gauche à droite;	$= 60 - 24 \div 4 \times 9 + 1$ $= 60 - 6 \times 9 + 1$	$= 3 \times 8 - 5 \times 12 \div 10 - 7$ $= 24 - 5 \times 12 \div 10 - 7$ $= 24 - 60 \div 10 - 7$
	4. les additions et les soustractions, de gauche à droite.	$= 60 - 54 + 1$ $= 6 + 1$	$= 24 - 6 - 7$ $= 18 - 7$
		$= 7$	$= 11$

Chaînes d'opérations

Les chaînes d'opérations permettent d'écrire en une seule expression la suite des opérations à effectuer pour résoudre un problème. Il faut alors tenir compte des priorités des opérations et ajouter des parenthèses, au besoin.

Moyenne

En statistique, on utilise souvent des mesures afin d'analyser une situation. La **moyenne** est une mesure qui suggère l'idée d'une **répartition égale**.

Moyenne = (somme de toutes les données) ÷ (nombre total de données)

Ex. : Pour calculer la moyenne de 2, 5, 6, 8 et 14, on effectue les calculs suivants :

$(2 + 5 + 6 + 8 + 14) \div 5 = 35 \div 5 = 7$ ou $\frac{2 + 5 + 6 + 8 + 14}{5} = \frac{35}{5} = 7$

La moyenne n'est pas nécessairement égale à une ou à plusieurs des données. Il faut inclure les données égales à 0 dans le calcul de la moyenne.

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Nombres entiers

Les **nombres entiers positifs** correspondent aux nombres naturels précédés du **signe « + »** :

$+0, +1, +2, +3, \dots$ ou, plus simplement, $0, 1, 2, 3, \dots$

Les **nombres entiers négatifs** correspondent aux nombres naturels précédés du **signe « - »** :

$-0, -1, -2, -3, \dots$ ou, plus simplement, $0, -1, -2, -3, \dots$

Les **nombres entiers** sont constitués des **nombres entiers positifs et négatifs**.

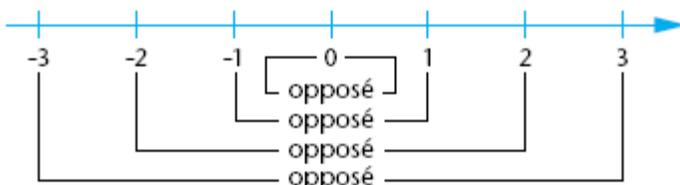
$\dots, -3, -2, -1, +0, +1, +2, +3, \dots$ ou, plus simplement, $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$

On peut omettre le signe « + » devant les nombres positifs. Ainsi, +8 devient 8. Les nombres négatifs s'écrivent avec le signe « - », à l'exception de 0.

Nombres opposés

Les **nombres négatifs sont les opposés des nombres positifs**. Sur une droite numérique, les nombres négatifs et les nombres positifs sont placés de **part et d'autre du zéro**.

Chaque nombre entier a un opposé situé à la même distance du zéro.



On traduit le **signe « - »** par le mot «**opposé**». Ainsi, le signe « - » placé immédiatement devant un nombre signifie que l'on s'intéresse à l'opposé de ce nombre.

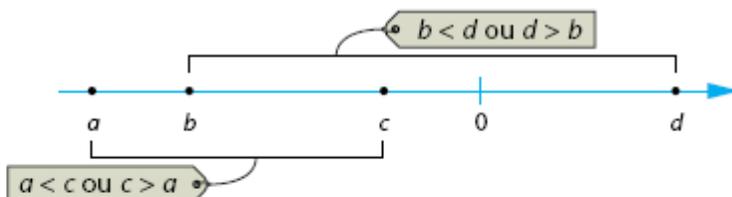
- Ex. :
- 1) -5 se lit « l'opposé de 5 ».
 - 2) $-a$ se lit « l'opposé de a ».
 - 3) $-(-7)$ se lit « l'opposé de l'opposé de 7 ».

Ordre

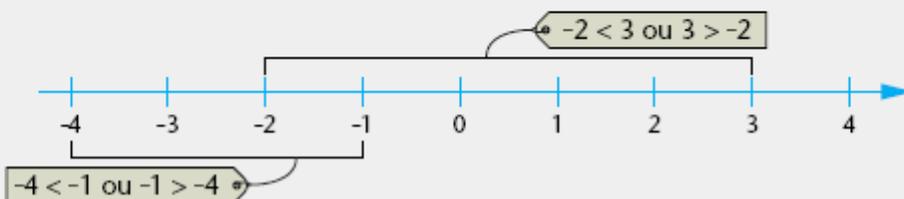
La droite numérique est utile pour comparer l'ordre de deux nombres entiers.

Lorsqu'on compare deux nombres entiers sur une droite numérique :

- celui qui est situé **le plus à gauche est inférieur** à l'autre ;
- celui qui est situé **le plus à droite est supérieur** à l'autre.



Ex. :

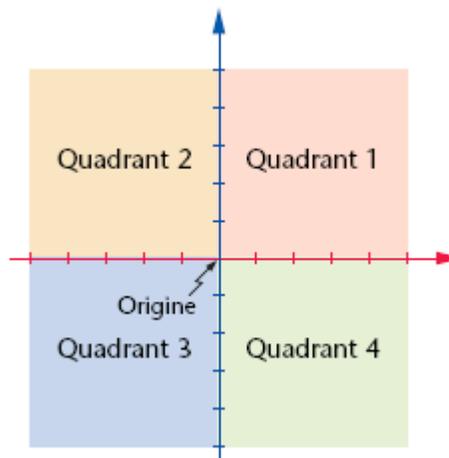


Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

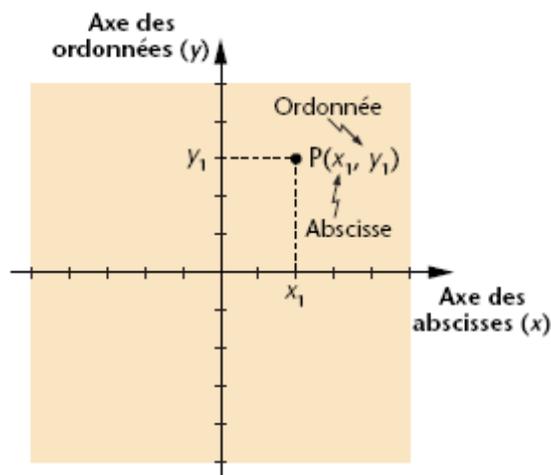
Plan cartésien

- Un plan muni d'un système de repérage formé de deux droites graduées qui se coupent perpendiculairement est appelé le **plan cartésien**.
- Le point d'intersection des deux droites est appelé l'**origine**.
- Les deux droites graduées partagent le plan cartésien en quatre régions appelées chacune **quadrant**.

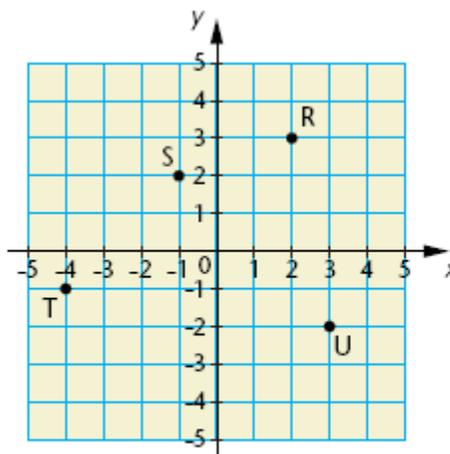


Coordonnées et axes

- Les deux nombres décrivant la position d'un point P dans le plan cartésien sont appelés les **coordonnées** de P. Le premier nombre est appelé l'**abscisse** et le second nombre, l'**ordonnée**. On écrit les deux nombres sous la forme d'un couple de nombres.
- $P(x, y)$ se lit « le point P de coordonnées x et y ».
- La droite graduée qui permet de déterminer l'abscisse d'un point est appelée l'**axe des abscisses** ou l'**axe des x** et celle qui permet de déterminer l'ordonnée d'un point est appelée l'**axe des ordonnées** ou l'**axe des y**.



- Ex. : 1) Les coordonnées du point R sont (2, 3).
- 2) Les coordonnées du point S sont (-1, 2).
- 3) Les coordonnées du point T sont (-4, -1).
- 4) Les coordonnées du point U sont (3, -2).



Pour faciliter le repérage des points, on utilise généralement un plan cartésien comportant un quadrillage. Les graduations des axes sont souvent identiques, mais elles peuvent aussi être différentes d'un axe à l'autre.

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Addition de nombres entiers

- La somme de deux nombres entiers positifs est un nombre entier positif.

Ex. : $18 + 20 = 38$

- La somme de deux nombres entiers négatifs est un nombre entier négatif.

Ex. : $-8 + -7 = -15$

- La somme d'un nombre entier positif et d'un nombre entier négatif est du signe du nombre entier le plus éloigné de 0.

Ex. : 1) $-15 + 5 = -10$



2) $-20 + 80 = 60$



- La somme de deux nombres opposés est toujours 0.

Ex. : 1) $-6 + 6 = 0$

2) $51 + -51 = 0$

Soustraction de nombres entiers

Soustraire un nombre revient à additionner son opposé.

Ex. : 1) $-12 - 5 = -12 + -5 = -17$

2) $26 - -14 = 26 + 14 = 40$

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Multiplication et division de nombres entiers

Les **règles des signes** de la **multiplication et de la division** sont les mêmes.

- Le produit ou le quotient de **deux nombres entiers de même signe est positif**.

Ex. : 1) $4 \times 6 = 24$

2) $-35 \div -5 = 7$

- Le produit ou le quotient de **deux nombres entiers de signes contraires est négatif**.

Ex. : 1) $-4 \times 6 = -24$

2) $35 \div -5 = -7$

Rappelons que
la division par 0
n'est pas définie.

Exponentiation

Pour l'exponentiation, on applique les règles des signes de la multiplication. On convient de toujours placer un nombre négatif entre parenthèses si l'on désire l'affecter d'un exposant. Ainsi, le carré de -2 s'écrit $(-2)^2$ et sa puissance est 4. On évite ainsi toute confusion avec l'opposé du carré de 2, qui s'écrit -2^2 et qui est -4 .

Ex. : 1) $(-5) = -5 \times -5 = 25$

2) $-5^2 = -(5 \times 5) = -25$

3) $(-5)^3 = -5 \times -5 \times -5 = -125$

4) $-5^3 = -(5 \times 5 \times 5) = -125$

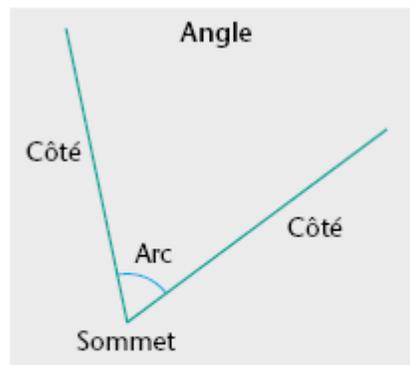
Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Angle

Un angle est une figure géométrique formée de deux demi-droites ayant la même origine. L'origine des demi-droites est le **sommet** de l'angle et les deux demi-droites sont les **côtés** de l'angle.

On indique généralement l'ouverture de l'angle par un arc de cercle.



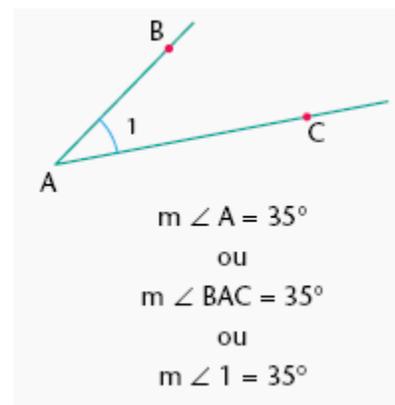
On nomme généralement un angle par son sommet. S'il y a risque de confusion, on utilise alors trois lettres. La lettre située au centre représente le sommet de l'angle. On peut aussi utiliser un nombre pour identifier un angle.

Notation
 Ex. : La mesure de cet angle est 35° .

On utilise parfois des symboles pour alléger l'écriture :

- « \angle » signifie « angle » ;
- « $m \angle$ » veut dire « mesure de l'angle ».

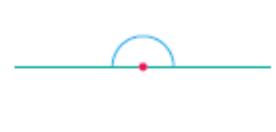
On mesure l'ouverture d'un angle à l'aide d'un instrument appelé le rapporteur. L'unité de base pour mesurer des angles est le degré.



Pour construire un angle, voir l'*Album*, p. 232.

On classe les angles selon leur mesure.

Angle nul	Angle aigu	Angle droit	Angle obtus
mesure = 0°	$0^\circ < \text{mesure} < 90^\circ$	mesure = 90°	$90^\circ < \text{mesure} < 180^\circ$
			

Angle plat	Angle rentrant	Angle plein
mesure = 180°	$180^\circ < \text{mesure} < 360^\circ$	mesure = 360°
		

Transformation géométrique

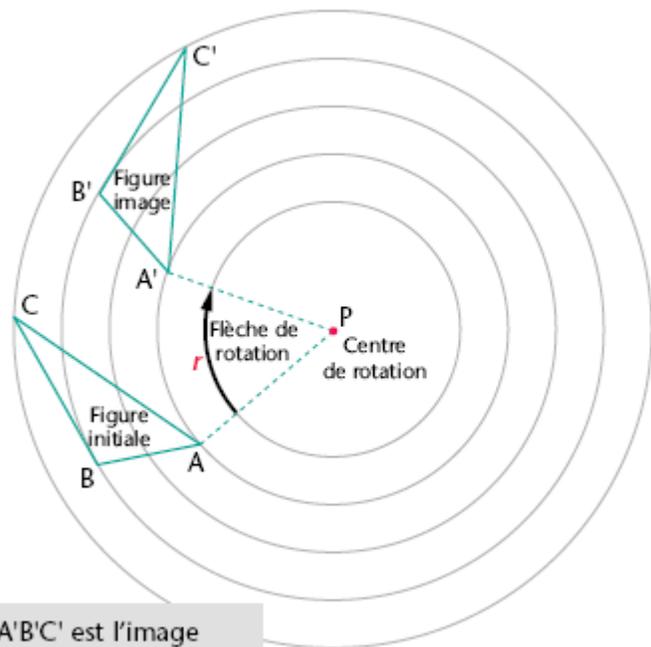
Une transformation géométrique permet d'**associer**, à toute **figure initiale**, une **figure image**.

Si un point de la figure initiale est identifié par A, alors le point homologue de la figure image est noté A' (se lit « A prime »).

Rotation

La **rotation** est une **transformation géométrique** qui permet d'associer, à toute figure initiale, une figure image selon un **centre**, un **angle** et un **sens** de rotation donnés.

- On utilise le symbole r pour désigner une rotation.
- Le centre de rotation est un point fixe.
- L'angle de rotation est une mesure en degrés qui peut être représentée par une flèche de rotation.
- Il existe deux sens de rotation : horaire (\curvearrowright) et antihoraire (\curvearrowleft). On peut indiquer ce sens en attribuant un signe à l'angle de rotation. Le signe positif correspond au sens antihoraire et le signe négatif au sens horaire.



Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par la rotation r de centre P et d'angle -60° .

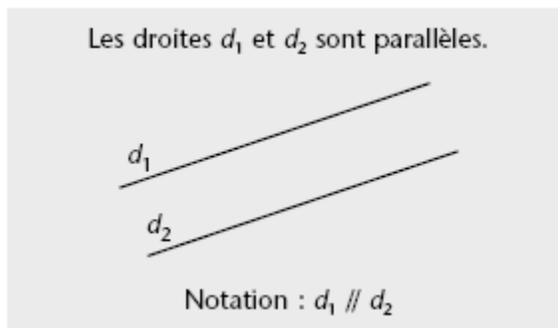
La rotation est une transformation qui permet d'obtenir des **figures isométriques**, c'est-à-dire que la figure image a la **même forme** et les **mêmes dimensions** que la figure initiale. Des figures isométriques sont parfaitement **superposables**.

Le symbole « \cong » signifie « est isométrique à ». Par exemple, pour indiquer que le triangle ABC est isométrique au triangle A'B'C', on écrit $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

Pour tracer l'image d'une figure par une rotation, voir l'*Album*, p. 233.

Droites parallèles

Dans un plan, deux droites sont parallèles si elles n'ont aucun point commun. Le symbole « // » signifie « est parallèle à ».



Pour tracer des droites parallèles, on peut utiliser une règle et une équerre.

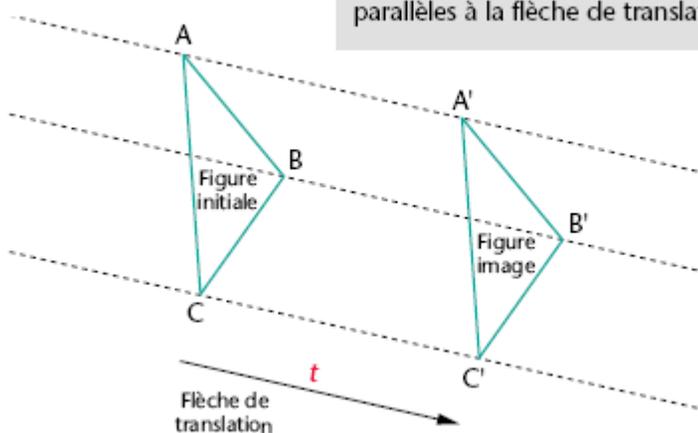


Translation

La **translation** est une **transformation géométrique** qui permet d'associer, à toute figure initiale, une figure image selon une **direction**, un **sens** et une **longueur** donnés.

Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par la translation t .
Les droites AA', BB' et CC' sont parallèles à la flèche de translation.

- On utilise le symbole t pour désigner une translation.
- On décrit une translation à l'aide d'une flèche de translation.
- La flèche de translation indique la direction, le sens et la longueur de la translation.

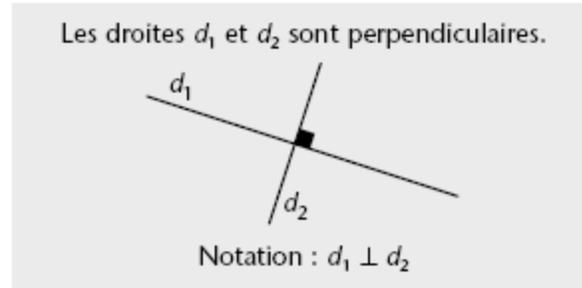


La translation est une transformation qui permet d'obtenir des **figures isométriques**.

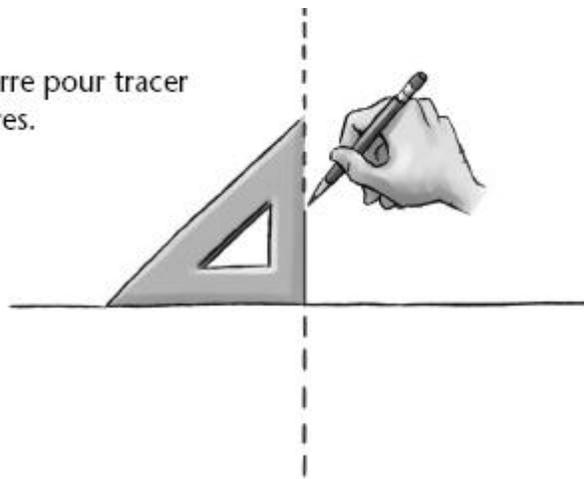
Pour tracer l'image d'une figure par une translation, voir l'*Album*, p. 234.

Droites perpendiculaires

Deux droites sont **perpendiculaires** si elles se coupent à **angle droit**. Le symbole « \perp » signifie « est perpendiculaire à ».



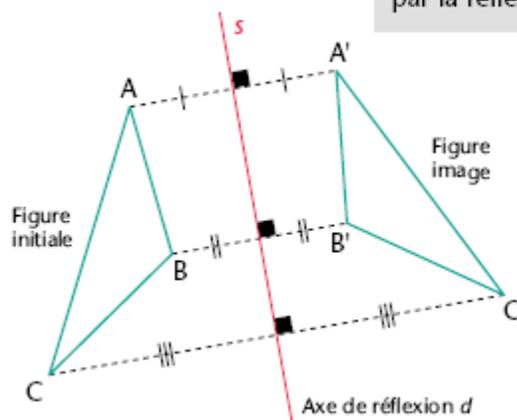
On peut utiliser une équerre pour tracer des droites perpendiculaires.



Réflexion

La **réflexion** est une **transformation géométrique** qui permet d'associer, à toute figure initiale, une figure image **par rapport à une droite** donnée.

- On utilise le symbole **s** pour désigner une réflexion.
- L'**axe de réflexion** est la droite par rapport à laquelle s'effectue la réflexion.
- Tout point et son image sont les extrémités d'un segment **perpendiculaire** à l'axe de réflexion. L'axe de réflexion coupe ce segment en son **milieu**.



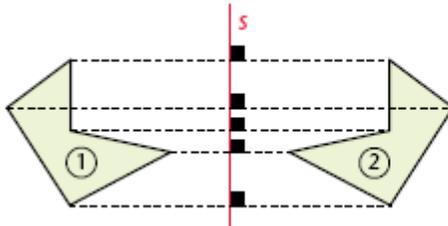
Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par la réflexion s d'axe d .

La réflexion est une transformation qui permet d'obtenir des **figures isométriques**.

Pour tracer l'image d'une figure par une réflexion, voir l'*Album*, p. 235.

Figures symétriques

Une figure et son image associées par une réflexion sont dites symétriques par rapport à l'axe de réflexion.



Les figures 1 et 2 sont symétriques par rapport à l'axe de la réflexion s .

Certaines figures sont leur propre image par une réflexion. La figure est alors dite symétrique à elle-même et l'axe de réflexion est appelé **axe de symétrie**. Une telle figure peut avoir plus d'un axe de symétrie.

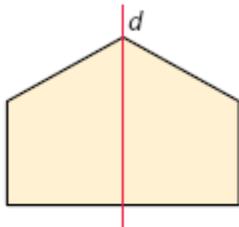


Figure symétrique par rapport à l'axe de symétrie d

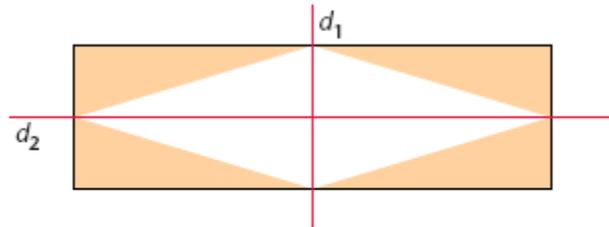


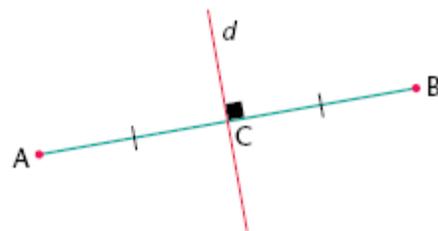
Figure symétrique par rapport aux axes de symétrie d_1 et d_2

Médiatrice

La **médiatrice d'un segment** est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu. La médiatrice est aussi un **axe de symétrie du segment**.

Le segment AB se note « \overline{AB} ».
La mesure du segment AB se note « $m \overline{AB}$ ».

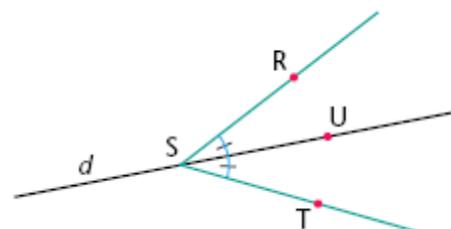
La droite d est la médiatrice de \overline{AB} .
On a donc $m \overline{AC} = m \overline{BC}$ ou $\overline{AC} \cong \overline{BC}$.



Bissectrice

La **bissectrice d'un angle** est la droite ou la demi-droite qui partage cet angle en deux angles isométriques. La bissectrice est aussi un **axe de symétrie de l'angle**.

La droite d est la bissectrice de $\angle RST$.
On a donc $m \angle RSU = m \angle TSU$ ou $\angle RSU \cong \angle TSU$.

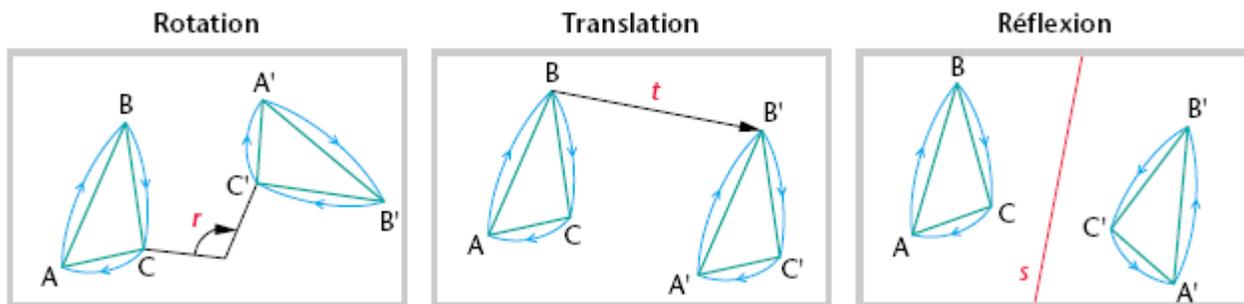


Isométries

Les transformations géométriques qui associent des figures isométriques, c'est-à-dire des figures ayant la même forme et les mêmes dimensions, sont des **isométries**.

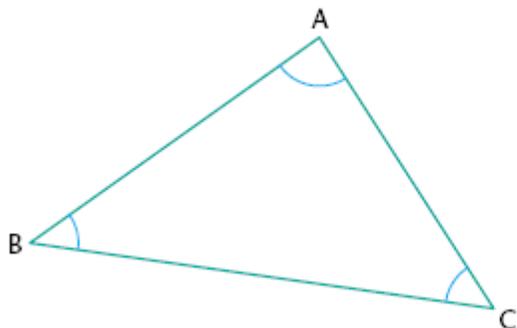
Les **translations**, les **rotations** et les **réflexions** sont des isométries.

À noter que seules la rotation et la translation conservent l'**orientation des figures**.



Triangle

La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est 180° .

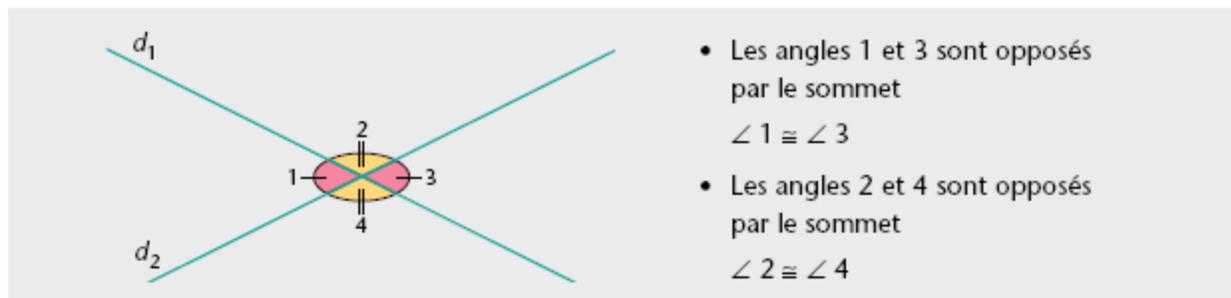


$$m \angle A + m \angle B + m \angle C = 180^\circ$$

Angles déterminés par deux droites sécantes

Une **sécante** est une droite qui coupe une figure géométrique. Deux droites sécantes se coupent en un seul point.

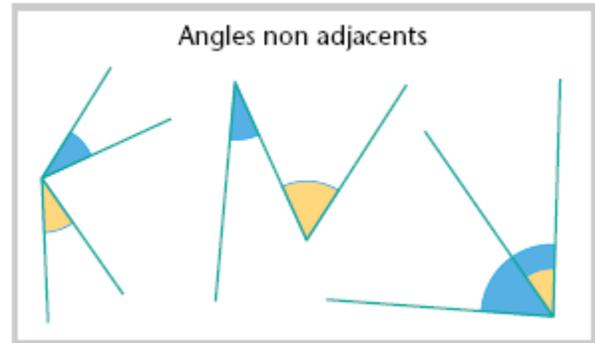
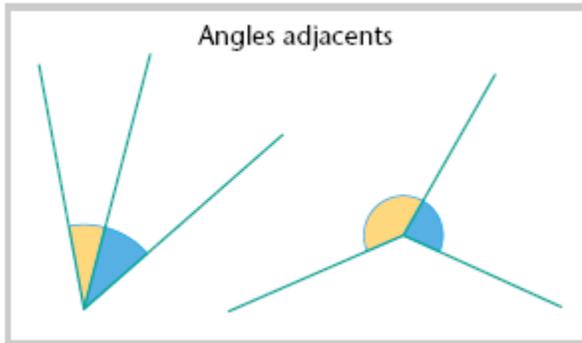
Deux droites sécantes déterminent deux paires d'**angles opposés par le sommet**. Les angles opposés par le sommet sont isométriques.



Angles

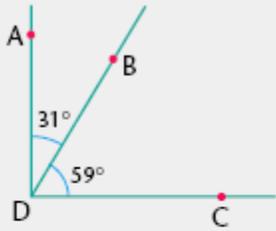
Deux angles sont **adjacents** s'ils :

- ont le même sommet;
- ont un côté commun;
- sont situés de part et d'autre du côté commun.

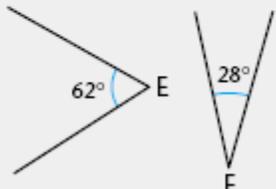


Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leurs mesures est 90° .

Ex. :



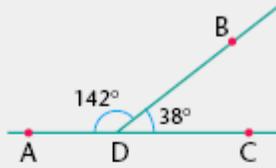
Les angles ADB et BDC sont complémentaires car $m \angle ADB + m \angle BDC = 31^\circ + 59^\circ = 90^\circ$.



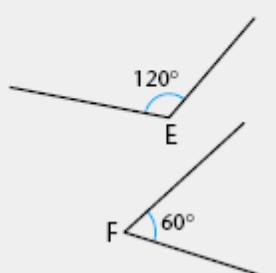
Les angles E et F sont complémentaires car $m \angle E + m \angle F = 62^\circ + 28^\circ = 90^\circ$.

Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leurs mesures est 180° .

Ex. :



Les angles ADB et BDC sont supplémentaires car $m \angle ADB + m \angle BDC = 142^\circ + 38^\circ = 180^\circ$.



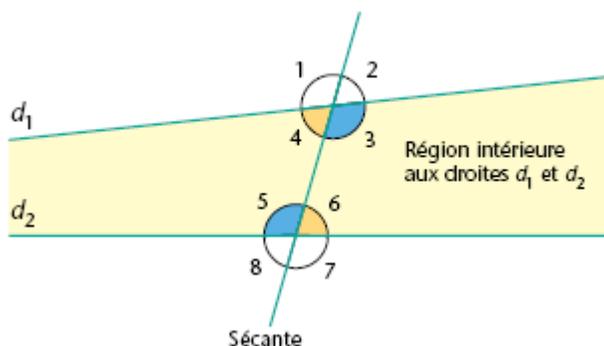
Les angles E et F sont supplémentaires car $m \angle E + m \angle F = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$.

Angles créés par une droite sécante à deux autres droites

Certaines paires d'angles créés par une droite sécante à deux autres droites portent des noms particuliers.

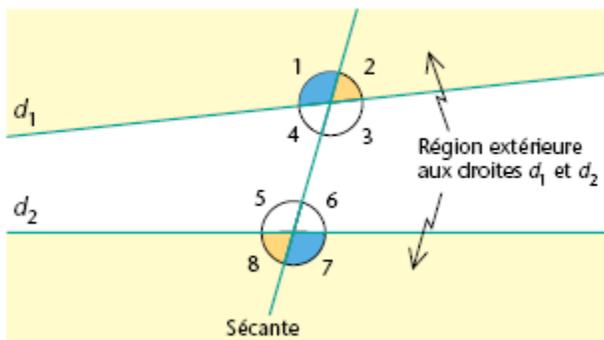
Angles alternes-internes : deux angles n'ayant pas le même sommet, situés de part et d'autre de la sécante et à l'intérieur des deux autres droites.

Les angles 3 et 5 ainsi que 4 et 6 sont des angles alternes-internes.



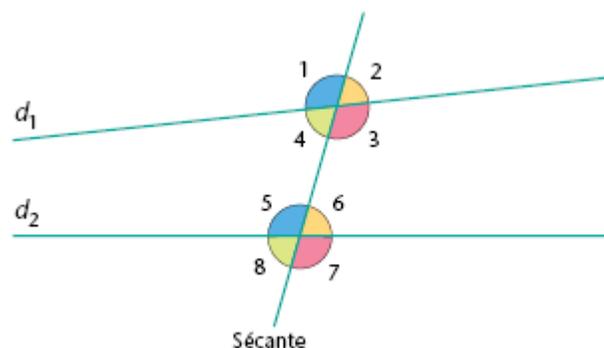
Angles alternes-externes : deux angles n'ayant pas le même sommet, situés de part et d'autre de la sécante et à l'extérieur des deux autres droites.

Les angles 1 et 7 ainsi que 2 et 8 sont des angles alternes-externes.

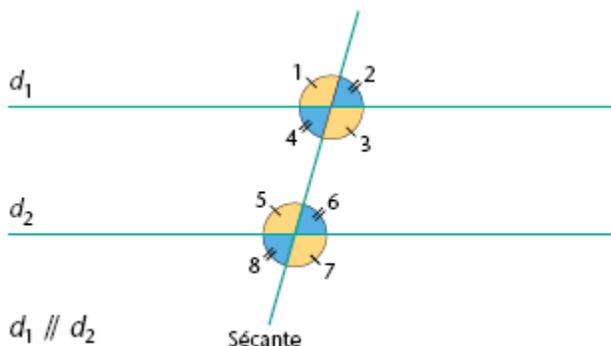


Angles correspondants : deux angles n'ayant pas le même sommet, situés du même côté de la sécante, l'un à l'intérieur et l'autre à l'extérieur des deux autres droites.

Les angles 1 et 5, 2 et 6, 3 et 7 ainsi que 4 et 8 sont des angles correspondants.



Lorsque deux droites parallèles sont coupées par une sécante :



- les angles alternes-internes sont isométriques : $\angle 4 \cong \angle 6$ et $\angle 3 \cong \angle 5$
- les angles alternes-externes sont isométriques : $\angle 1 \cong \angle 7$ et $\angle 2 \cong \angle 8$
- les angles correspondants sont isométriques : $\angle 1 \cong \angle 5$ et $\angle 2 \cong \angle 6$
 $\angle 4 \cong \angle 8$ et $\angle 3 \cong \angle 7$

On remarque alors que $\angle 1 \cong \angle 3 \cong \angle 5 \cong \angle 7$ et $\angle 2 \cong \angle 4 \cong \angle 6 \cong \angle 8$

Nom : _____
 Groupe : _____ Date : _____

Sens de la fraction

Une fraction s'écrit sous la forme $\frac{a}{b}$, où a et b sont des nombres entiers, et où $b \neq 0$.

Ex. :

Lecture :
quatre septièmes

Le numérateur indique
le nombre de parties
équivalentes choisies.

Représentation



$\frac{4}{7}$

Le trait de fraction
indique une division.

Le dénominateur indique le nombre de parties
équivalentes nécessaires pour constituer l'unité.

Nombre fractionnaire et fraction

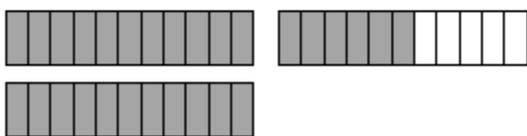
Il arrive qu'une fraction soit plus grande que 1. On peut alors l'écrire sous la forme :

- d'une fraction dont le numérateur est supérieur au dénominateur. Ex. : $\frac{23}{4}$
- d'un nombre fractionnaire, c'est-à-dire d'un nombre entier suivi d'une fraction. Ex. : $5\frac{3}{4}$

NOMBRE FRACTIONNAIRE \rightarrow FRACTION

Pour transformer un nombre fractionnaire en une fraction, on effectue l'addition du nombre entier et de la fraction.

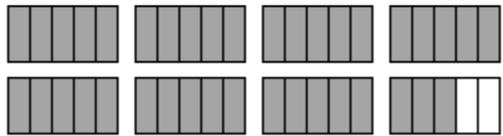
Ex. : $2\frac{6}{11}$

Représentation	Calcul
	$ \begin{aligned} 2\frac{6}{11} &= 2 + \frac{6}{11} \\ &= 2 \times \frac{11}{11} + \frac{6}{11} \\ &= \frac{22}{11} + \frac{6}{11} \\ &= \frac{22+6}{11} \\ &= \frac{28}{11} \end{aligned} $
<p>La fraction correspondant au nombre fractionnaire $2\frac{6}{11}$ est $\frac{28}{11}$.</p>	

FRACTION \rightarrow NOMBRE FRACTIONNAIRE

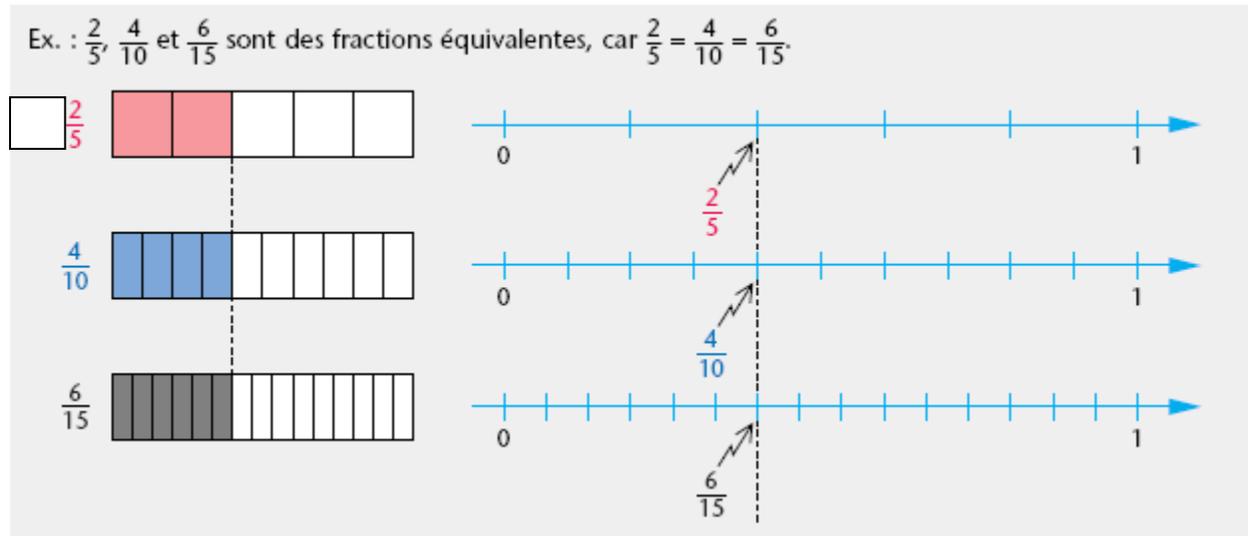
Pour transformer une fraction en un nombre fractionnaire, on effectue la **division**.

Ex. : $\frac{38}{5}$

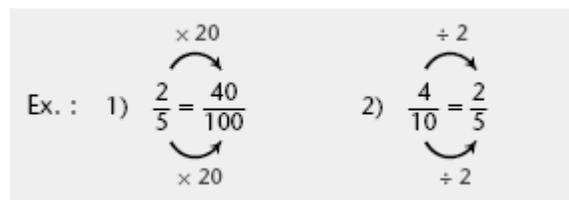
Représentation	Calcul
	$ \begin{array}{r} 38 \quad \quad 5 \\ - 35 \quad 7 \\ \hline 3 \end{array} $
<p>Le nombre fractionnaire correspondant à la fraction $\frac{38}{5}$ est $7\frac{3}{5}$.</p>	

Fractions équivalentes

Deux fractions sont **équivalentes** si elles **représentent le même nombre**, c'est-à-dire si elles occupent la **même place sur la droite numérique**.



On obtient des fractions équivalentes en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre, différent de 0.



Pourcentage

Une fraction **dont le dénominateur est 100** peut être exprimée directement sous la forme d'un **pourcentage**. On remplace alors le dénominateur 100 par le symbole « % », qui se lit « **pour cent** ».

Ex. : $\frac{40}{100} = 40\%$

Fraction irréductible

Une fraction est **irréductible** si le **numérateur et le dénominateur sont premiers entre eux**, c'est-à-dire si leur plus grand commun diviseur est 1.

Pour obtenir une fraction irréductible :

- on peut utiliser les caractères de divisibilité;
- on peut diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD.

Il est préférable de donner une fraction irréductible comme réponse.

Ex. : $\frac{54}{66} = \frac{27}{33} = \frac{9}{11}$

(54 ÷ 2 = 27, 66 ÷ 2 = 33; 27 ÷ 3 = 9, 33 ÷ 3 = 11)

Ex. : $\frac{54}{66} = \frac{9}{11}$ PGCD(54, 66) = 6

(54 ÷ 6 = 9, 66 ÷ 6 = 11)

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Ordre et dénominateur commun

Il existe plusieurs stratégies pour **ordonner** ou **comparer** des fractions. Par exemple :

- On peut les comparer directement lorsqu'elles ont un **même dénominateur** ou un **même numérateur**.

Ex. : 1) $\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$ 2) $\frac{2}{7} > \frac{2}{39}$

- On peut les **regrouper par rapport à** :

- **0** en considérant le signe ;
- $\frac{1}{2}$ en regardant si le numérateur est plus grand ou plus petit que la moitié du dénominateur;
- **1** en regardant si le numérateur est supérieur ou inférieur au dénominateur.

Ex. : Disposition dans l'ordre croissant de $\frac{5}{6}, \frac{2}{7}, \frac{9}{8}, \frac{2}{11}$.

Cette fraction est supérieure à 0 mais inférieure à $\frac{1}{2}$.

Cette fraction est la seule qui soit inférieure à 0. Il s'agit donc de la plus petite fraction.



Cette fraction est la seule qui soit supérieure à 1. Il s'agit donc de la plus grande fraction.

Cette fraction est supérieure à $\frac{1}{2}$ mais inférieure à 1.

- On peut trouver des fractions **équivalentes** ayant le **même dénominateur**.

Ex. : Comparaison de $\frac{7}{12}$ et $\frac{11}{20}$.

Puisque PPCM (12, 20) = 60,

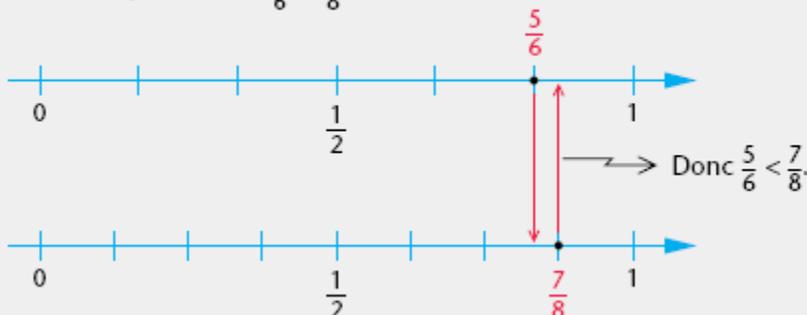
on a $\frac{7}{12} = \frac{35}{60}$ et $\frac{11}{20} = \frac{33}{60}$.

Puisque $\frac{35}{60} > \frac{33}{60}$, alors $\frac{7}{12} > \frac{11}{20}$.

On simplifiera les calculs si l'on choisit, comme dénominateur commun, le plus petit commun multiple (PPCM) des dénominateurs de toutes les fractions données.

- On peut les placer sur une droite numérique.

Ex. : Comparaison de $\frac{5}{6}$ et $\frac{7}{8}$.



Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Expérience aléatoire

Une expérience est **aléatoire** si :

- 1) son résultat dépend du **hasard**, c'est-à-dire que l'on ne peut pas prédire avec certitude le résultat de l'expérience ;
- 2) on peut décrire, avant l'expérience, l'ensemble de tous les résultats possibles, appelé l'**univers des résultats possibles**. Cet ensemble se note « Ω », qui se lit « oméga ».

L'univers des résultats possibles est toujours écrit entre accolades et chacun des résultats est séparé du suivant par une virgule.

- Ex. :
- 1) On lance un dé à six faces, et l'on observe le résultat obtenu sur la face supérieure. L'univers des résultats possibles est $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
 - 2) On tire une bille d'un sac contenant 3 billes bleues, 2 rouges et 1 verte, et on observe la couleur de la bille. $\Omega = \{\text{bleue, rouge, verte}\}$

Une expérience aléatoire peut se dérouler en **une seule étape** ou en **plusieurs étapes**.

- Ex. :
- 1) Le lancer d'un dé est une expérience aléatoire à une étape.
 - 2) Le lancer d'un dé suivi du lancer d'une pièce de monnaie est une expérience aléatoire à deux étapes.



Événement

Un **événement** est un **sous-ensemble** de l'univers des résultats possibles. On dit qu'un événement est **élémentaire** s'il contient **un seul résultat** de l'univers des résultats possibles.

- Ex. :
- 1) Lors du lancer d'un dé à six faces, « obtenir un nombre pair » est un événement et correspond à $\{2, 4, 6\}$.
 - 2) Lors du lancer d'un dé à six faces, « obtenir 3 » est un événement élémentaire, car il représente un seul résultat de l'univers des résultats possibles : $\{3\}$.

Dénombrement

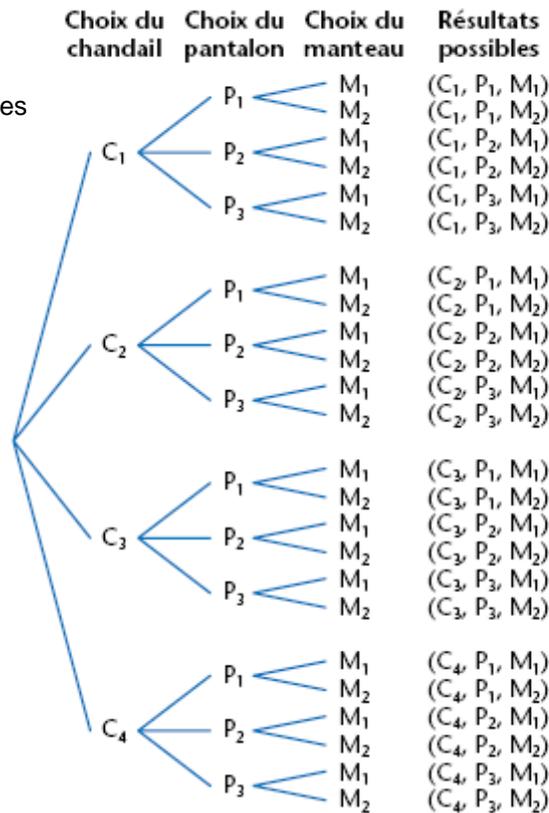
Pour **déterminer le nombre de résultats possibles** d'une **expérience à plusieurs étapes**, on peut **multiplier** le nombre de résultats possibles à chacune des étapes.

Ex. :

- On veut choisir au hasard un chandail parmi 4, un pantalon parmi 3 et un manteau parmi 2.

Le **diagramme en arbre** illustre bien toutes ces possibilités.

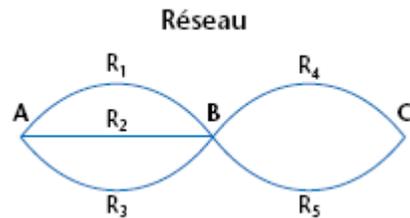
Diagramme en arbre



Nombre de résultats possibles : 4 x 3 x 2 = 24

- On veut déterminer le nombre de chemins possibles pour se rendre de la ville **A** à la ville **C** en passant par la ville **B**. Il y a trois routes qui relient la ville **A** à la ville **B** et deux routes qui relient la ville **B** à la ville **C**.

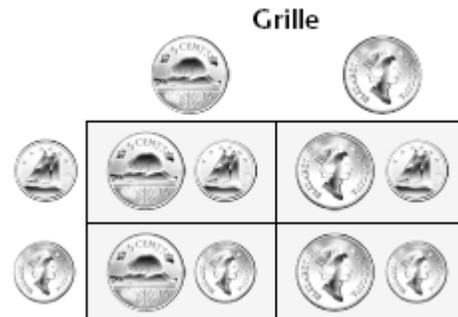
Le **réseau** illustre bien toutes ces possibilités.



Nombre de résultats possibles : 3 x 2 = 6

- On veut déterminer tous les résultats possibles lors du lancer simultané d'une pièce de 10 ¢ et d'une pièce de 5 ¢.

La **grille** illustre bien toutes ces possibilités.



Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Probabilité théorique

La probabilité d'un événement est un nombre qui quantifie la possibilité que cet événement a de se produire. On exprime souvent une **probabilité** sous la forme d'une **fraction** ou d'un **pourcentage**.

$$\text{Probabilité théorique} = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}$$

Ex. : Lorsqu'on lance un dé à six faces :

1) la probabilité de l'événement « obtenir un nombre pair » est notée :

$$P(\text{pair}) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

2) la probabilité de l'événement « obtenir 3 » est notée $P(3) = \frac{1}{6}$.

La probabilité d'un événement est un nombre de 0 à 1.

Probabilité fréquentielle

La **probabilité fréquentielle** d'un événement est le nombre obtenu à la suite d'une **expérimentation**. Elle est souvent utilisée lorsque la probabilité théorique est impossible à calculer.

$$\text{Probabilité fréquentielle} = \frac{\text{nombre de fois que le résultat s'est réalisé}}{\text{nombre de fois que l'expérience a été répétée}}$$

Ex. : Pour connaître la probabilité qu'un joueur ou une joueuse de basket-ball réussisse son prochain lancer, on doit faire des essais et établir une probabilité en fonction de ces derniers ou bien se fier à ses performances lors des parties précédentes.

Plus le nombre de répétitions d'une expérience aléatoire est grand, plus la probabilité fréquentielle s'approche de la probabilité théorique.

Types d'événements

On dit qu'un **événement** est :

- **impossible** si la **probabilité** de l'obtenir est **0**;

Ex. : L'événement « tirer une bille rouge » d'un sac qui ne contient que des billes bleues est un événement impossible.



- **probable** si la **probabilité** de l'obtenir est **entre 0 et 1**;

Ex. : L'événement « tirer une bille rouge » d'un sac qui contient des billes rouges et des billes bleues est un événement probable.



- **certain** si la **probabilité** de l'obtenir est **1**.

Ex. : L'événement « tirer une bille rouge » d'un sac qui ne contient que des billes rouges est un événement certain.



Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Addition et soustraction

L'**addition** et la **soustraction** de nombres écrits sous la forme de **fractions** nécessitent la recherche de fractions équivalentes ayant le **même dénominateur**.

1. Si les dénominateurs sont les mêmes, l'addition ou la soustraction se fait directement en additionnant ou en soustrayant les numérateurs.

$$\text{Ex. : 1) } \frac{2}{15} + \frac{11}{15} = \frac{13}{15}$$

$$\text{2) } \frac{5}{7} - \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$$

2. Si les dénominateurs ne sont pas les mêmes, on cherche des fractions équivalentes qui ont le même dénominateur, puis on additionne ou soustrait les numérateurs.

$$\begin{aligned} \text{Ex. : 1) } & \frac{1}{6} + \frac{3}{8} \\ &= \frac{1 \times 4}{6 \times 4} + \frac{3 \times 3}{8 \times 3} \quad \text{PPCM (6, 8) = 24} \\ &= \frac{4}{24} + \frac{9}{24} \\ &= \frac{13}{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2) } & \frac{7}{10} - \frac{5}{12} \\ &= \frac{7 \times 6}{10 \times 6} - \frac{5 \times 5}{12 \times 5} \quad \text{PPCM (10, 12) = 60} \\ &= \frac{42}{60} - \frac{25}{60} \\ &= \frac{17}{60} \end{aligned}$$

Probabilité d'un événement

On dit qu'un événement s'est réalisé à partir du moment où l'un de ses résultats s'est produit.

La **probabilité d'un événement** est égale à la **somme des probabilités de chacun des événements élémentaires** qui le composent.

Ex. : Dans un sac contenant 4 billes bleues, 3 rouges et 6 noires, la probabilité de l'événement « tirer une bille bleue ou une bille rouge » se note :

$$\begin{aligned} P(\text{bleue ou rouge}) &= P(\text{bleue}) + P(\text{rouge}) \\ &= \frac{4}{13} + \frac{3}{13} = \frac{7}{13} \end{aligned}$$

car « tirer une bille bleue » et « tirer une bille rouge » sont deux événements élémentaires.



La **somme des probabilités** de tous les événements élémentaires d'une expérience aléatoire est 1.

Ex. : Dans le sac de l'exemple précédent, il y a trois événements élémentaires : « tirer une bille bleue », « tirer une bille rouge » et « tirer une bille noire ». La somme des probabilités de ces trois événements élémentaires est 1.

$$\begin{aligned} P(\text{bleue ou rouge ou noire}) &= P(\text{bleue}) + P(\text{rouge}) + P(\text{noire}) \\ &= \frac{4}{13} + \frac{3}{13} + \frac{6}{13} = \frac{13}{13} = 1 \end{aligned}$$

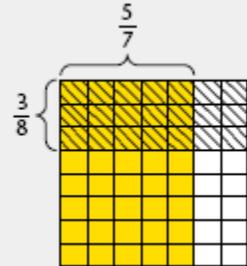
Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Multiplication

Pour multiplier des nombres écrits sous la forme de fractions, on doit **multiplier les numérateurs ensemble et les dénominateurs ensemble**.

Ex. : $\frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{8 \times 7} = \frac{15}{56}$



Lorsque le produit contient un ou des nombres fractionnaires, on les écrit d'abord en fractions, puis on effectue la multiplication.

Ex. : $4\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{5} = \frac{14}{3} \times \frac{13}{5} = \frac{182}{15}$ ou $12\frac{2}{15}$

Calculer la fraction d'un nombre se traduit par une multiplication.

Ex. : $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$ se traduit par $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$.

Pourcentage d'un nombre

Le calcul du pourcentage d'un nombre équivaut à calculer la fraction d'un nombre.

Ex. : 1) $23\% \text{ de } 7 = \frac{23}{100} \times \frac{7}{1} = \frac{161}{100}$ ou $1\frac{61}{100}$ 2) $63\% \text{ de } \frac{3}{5} = \frac{63}{100} \times \frac{3}{5} = \frac{189}{500}$

Simplification de fractions

Lorsqu'on multiplie des fractions, il est souvent préférable de simplifier avant de multiplier afin de travailler avec de plus petits nombres et d'obtenir une réponse déjà simplifiée.

Ex. : 1) $\frac{4}{25} \times \frac{15}{44} = \frac{1}{25} \times \frac{3}{11} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{11} = \frac{3}{55}$ 2) $28\% \text{ de } 45 = \frac{28}{100} \times \frac{45}{1} = \frac{7}{25} \times \frac{9}{1} = \frac{7}{5} \times \frac{9}{1} = \frac{63}{5}$ ou $12\frac{3}{5}$

Calcul mental

Certains pourcentages peuvent se calculer mentalement. C'est le cas de :

- 50 % d'un nombre, car il s'agit de la moitié de ce nombre;

Ex. : $50\% \text{ de } 12 = \frac{1}{2} \times 12 = \frac{12}{2} = 6$

- 25 % d'un nombre, car il s'agit du quart de ce nombre ;

Ex. : $25\% \text{ de } 32 = \frac{1}{4} \times 32 = \frac{32}{4} = 8$

- 10 % d'un nombre, car il s'agit du dixième de ce nombre;

Ex. : $10\% \text{ de } 340 = \frac{1}{10} \times 340 = \frac{340}{10} = 34$

- 1 % d'un nombre, car il s'agit du centième de ce nombre.

Ex. : $1\% \text{ de } 300 = \frac{1}{100} \times 300 = \frac{300}{100} = 3$

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Expérience aléatoire à plusieurs étapes

Dans une expérience aléatoire à plusieurs étapes, la probabilité d'un événement est égale au **produit des probabilités** de chacun des événements intermédiaires à chacune des étapes qui forment cet événement.

Ex. : Dans un sac contenant 3 billes bleues, 4 rouges, 2 noires et 1 orange, la probabilité de l'événement « tirer une bille bleue suivie d'une bille rouge » se note :

- Si l'on remet la bille dans le sac après le premier tirage :

$$P(\text{bleue suivie de rouge}) = P(\text{bleue}) \times P(\text{rouge étant donné que l'on a pigé une bille bleue})$$
$$= \frac{3}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{3}{10} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{25}$$

↑
On a remis la première bille dans le sac.

- Si l'on ne remet pas la bille dans le sac après le premier tirage :

$$P(\text{bleue suivie de rouge}) = P(\text{bleue}) \times P(\text{rouge étant donné que l'on a pigé une bille bleue})$$
$$= \frac{3}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$$

↑
On n'a pas remis la première bille dans le sac.

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Inverse d'une fraction

Une **fraction** est l'**inverse d'une autre** si leur **produit** est 1.

$$\text{Ex. : } \frac{5}{6} \text{ est l'inverse de } \frac{6}{5} \text{ car } \frac{5}{6} \times \frac{6}{5} = 1.$$

Division

Pour effectuer une **division de nombres écrits sous la forme de fractions**, on multiplie la première fraction par l'inverse de la seconde.

$$\text{Ex. : } \frac{5}{6} \div \frac{7}{11} = \frac{5}{6} \times \frac{11}{7} = \frac{5 \times 11}{6 \times 7} = \frac{55}{42} \text{ ou } 1\frac{13}{42}$$

↙ Inverses ↘

Lorsqu'une division comporte des nombres fractionnaires, il est préférable de les transformer en fractions avant d'effectuer le calcul.

$$\text{Ex. : } 3\frac{2}{3} \div 2\frac{4}{7} = \frac{17}{5} \div \frac{18}{7} = \frac{17}{5} \times \frac{7}{18} = \frac{119}{90} \text{ ou } 1\frac{29}{90}$$

Exposants entiers

Le résultat d'une exponentiation dont l'**exposant** est un nombre **négatif** est l'**inverse** du résultat de la même exponentiation dont l'**exposant** est un nombre **positif**.

$$\text{Ex. : } 1) \quad 5^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25} \qquad 2) \quad \left(\frac{2}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{2}\right)^3 = \frac{343}{8}$$

Notation décimale

Un nombre écrit en **notation décimale** peut avoir :

• **une partie décimale finie ;**

On dit alors qu'il s'agit d'un **nombre décimal**. Un nombre décimal est un nombre pouvant s'écrire sous la forme d'une **fraction décimale**.

Ex. : 1) $4 = \frac{4}{1}$ 2) $0,67 = \frac{67}{100}$ 3) $1,876 = \frac{1876}{1000}$

• **une partie décimale infinie.**

On met des points de suspension pour indiquer que la partie décimale est incomplète. Un tel nombre ne peut pas s'écrire sous la forme d'une fraction décimale.

Ex. : 1) 2,345... 2) 0,6262... 3) 8,13333...

Fraction décimale

On appelle les **fractions décimales** toutes les fractions dont le **dénominateur** est une **puissance de 10**.

Ex. : $\frac{5}{1}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{23}{100}$, $\frac{17}{1000}$, $\frac{23\ 891}{10\ 000}$

On peut écrire directement une fraction décimale sous la forme d'un nombre décimal en plaçant le chiffre des unités du numérateur à la position indiquée par le dénominateur.

Ex. :

1) $\frac{3}{10} = 0,3$

Le chiffre 3 est placé à la position des dixièmes.

2) $\frac{17}{1000} = 0,017$

Le chiffre 7 est placé à la position des millièmes.

3) $\frac{23\ 891}{10\ 000} = 2\frac{3891}{10\ 000} = 2,3891$

Le chiffre 1 est placé à la position des dix-millièmes.

Valeur de position

La virgule indique le fractionnement de l'unité. Comme la base de notre système de numération est 10, chaque position possède une valeur qui est 10 fois plus élevée que celle de la position immédiatement à sa droite.

...	unités de mille	centaines	dizaines	unités	,	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes	cent-millièmes	millionièmes	...
...	1000	100	10	1	,	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10\ 000}$	$\frac{1}{100\ 000}$	$\frac{1}{1000\ 000}$...
Ex. : 1)				0	,	3						
2)				0	,	0	1	7				
3)				2	,	3	8	9	1			



Valeur de position (suite)

Ex. : Le nombre 7,5628 se lit « sept et cinq mille six cent vingt-huit dix-millièmes ».

	7	,	5	6	2	8			
Positions	unités	,	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes			
Valeurs	7		$\frac{5}{10}$ ou 0,5	$\frac{6}{100}$ ou 0,06	$\frac{2}{1000}$ ou 0,002	$\frac{8}{10\ 000}$ ou 0,0008			
Forme développée	7×1	+	$5 \times \frac{1}{10}$	+	$6 \times \frac{1}{100}$	+	$2 \times \frac{1}{1000}$	+	$8 \times \frac{1}{10\ 000}$
Forme développée avec notation exponentielle	7×10^0	+	5×10^{-1}	+	6×10^{-2}	+	2×10^{-3}	+	8×10^{-4}

Ordre

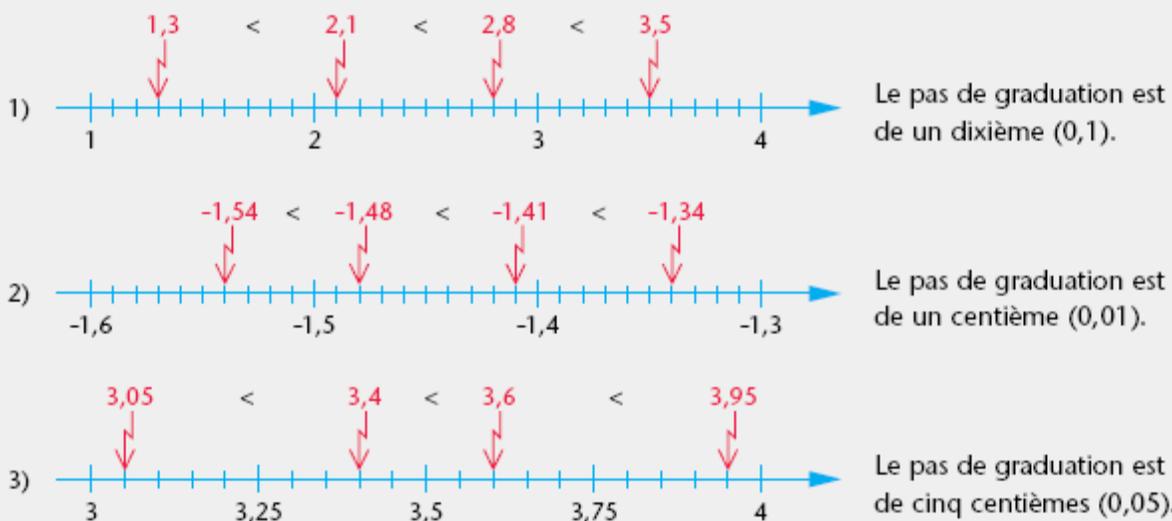
Pour **ordonner** des nombres écrits en **notation décimale**, on compare d'abord la partie entière. Si la partie entière est égale dans chacun des nombres, on compare la partie décimale, position par position, de la plus grande à la plus petite. Le nombre qui présente le plus grand chiffre en premier est le plus grand nombre.

Ex. :

- 1) $9,76 < 9,81$ 2) $5,625 > 5,6219$ 3) $6,785 < 6,793 < 8,13 < 8,2 < 8,246$

On peut également **ordonner** des nombres en les plaçant sur une **droite numérique**.

Ex. :



Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Passage d'une forme d'écriture à une autre

On peut représenter des nombres à l'aide de la notation fractionnaire, de la notation décimale ou d'un pourcentage.



- 1) On exprime, si possible, la fraction ou le pourcentage en fraction décimale. On lit la fraction obtenue et on l'exprime en notation décimale.

Ex. :

i)	$\frac{51}{1000} = 0,051$	ii)	$\frac{9}{20} = \frac{45}{100} = 0,45$
iii)	$62\% = \frac{62}{100} = 0,62$	iv)	$35,2\% = \frac{35,2}{100} = \frac{352}{1000} = 0,352$

- 2) Si ce n'est pas possible, on effectue la division représentée par le trait de fraction.

Ex. : $\frac{5}{6} = 5 \div 6 = 0,83\dots$ ou $\frac{5}{6} = 0,83$



On lit le nombre écrit en notation décimale et on l'exprime en fraction. On réduit ensuite la fraction, si cela est nécessaire.

Ex. : 0,12 se lit « douze centièmes » et correspond à la fraction $\frac{12}{100}$.
Une fois réduite, la fraction est équivalente à $\frac{3}{25}$.



On lit le nombre écrit en notation décimale et on l'exprime en fraction. On détermine ensuite une notation fractionnaire ayant un dénominateur égal à 100, puis on l'exprime en pourcentage.

Ex. :

1) 0,7 se lit « sept dixièmes » et correspond à $0,7 = \frac{7}{10} = \frac{70}{100} = 70\%$.

2) 0,243 se lit « deux cent quarante-trois millièmes » et correspond à $0,243 = \frac{243}{1000} = \frac{24,3}{100} = 24,3\%$.

Ce qui revient à multiplier le nombre écrit en notation décimale par 100 et à ajouter le symbole « % ».

Ex. : $0,1 \times 100 = 10$, donc $0,1 = 10\%$



On exprime le pourcentage en fraction décimale, puis on écrit, au besoin, la fraction obtenue sous la forme d'une fraction irréductible.

Ex. : 1) $60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$
2) $0,5\% = \frac{0,5}{100} = \frac{5}{1000} = \frac{1}{200}$

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Addition et soustraction de nombres décimaux

Pour **additionner** ou **soustraire** des nombres décimaux :

1) on aligne
les virgules et
les positions
de chacun
des chiffres ;

2) on ajoute, s'il y a
lieu, des zéros
aux positions
où il n'y a pas
de chiffre ;

3) on additionne
ou soustrait les
nombres comme
s'il s'agissait
de nombres entiers.

Ex. :

1) $12,7 + 6,58$	$\begin{array}{r} 12,7 \\ + 6,58 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 12,70 \\ + 06,58 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 12,70 \\ + 06,58 \\ \hline 19,28 \end{array}$
2) $8,57 - 3,49$	$\begin{array}{r} 8,57 \\ - 3,49 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8,57 \\ - 3,49 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8,57 \\ - 3,49 \\ \hline 5,08 \end{array}$
3) $15 - 3,32$	$\begin{array}{r} 15 \\ - 3,32 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 15,00 \\ - 03,32 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 15,00 \\ - 03,32 \\ \hline 11,68 \end{array}$

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Multiplication de nombres décimaux

Pour **multiplier des nombres décimaux**, on peut :

- Estimer le produit, multiplier les nombres comme s'il s'agissait de nombres entiers et placer la virgule dans le produit selon l'estimation .

Ex. :

$4,3 \times 2,7$	Estimation $4,3 \times 2,7 = 4 \times 3 = 12$	$\begin{array}{r} 43 \\ \times 27 \\ \hline 301 \\ + 860 \\ \hline 1161 \end{array}$	Selon l'estimation, le produit est à peu près égal à 12. Le produit est donc 11,61.
------------------	--	--	---

- Écrire les nombres sous la forme de fractions, effectuer la multiplication et donner le produit en notation décimale.

Ex. : $0,3 \times 0,11 = \frac{3}{10} \times \frac{11}{100} = \frac{33}{1000} = 0,033$

- Multiplier les nombres comme s'il s'agissait de nombres entiers et placer la virgule de façon à ce qu'il y ait autant de décimales dans le produit que dans les facteurs réunis.

Ex. :

$0,12 \times 2,4$	$\begin{array}{r} 12 \\ \times 24 \\ \hline 48 \\ + 240 \\ \hline 288 \end{array}$	(facteur) \times (facteur) = (produit) $0,12 \times 2,4 = 0,288$	Comme il y a trois chiffres en tout dans la partie décimale des facteurs, il y a trois chiffres dans la partie décimale du produit.
-------------------	--	---	---

Propriété de la division

Dans une division, on ne **change pas le quotient** si l'on **multiplie** ou **divise** le **dividende** et le **diviseur** par le **même nombre**.

Ex. : 1) $4,5 \div 2,25 = 45 \div 22,5 = 450 \div 225 = 900 \div 450 = 2$

$$\begin{array}{c} \times 10 \quad \times 10 \quad \times 2 \\ \curvearrowright \quad \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ \frac{4,5}{2,25} = \frac{45}{22,5} = \frac{450}{225} = \frac{900}{450} = 2 \\ \curvearrowleft \quad \curvearrowleft \quad \curvearrowleft \\ \times 10 \quad \times 10 \quad \times 2 \end{array}$$

2) $120 \div 20 = 60 \div 10 = 12 \div 2 = 1,2 \div 0,2 = 6$

$$\begin{array}{c} + 2 \quad + 5 \quad + 10 \\ \curvearrowright \quad \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ \frac{120}{20} = \frac{60}{10} = \frac{12}{2} = \frac{1,2}{0,2} = 6 \\ \curvearrowleft \quad \curvearrowleft \quad \curvearrowleft \\ + 2 \quad + 5 \quad + 10 \end{array}$$

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Division de nombres décimaux

Pour diviser des nombres décimaux, on doit :

- 1) multiplier ou diviser le dividende et le diviseur par la même puissance de 10, de telle sorte que le diviseur devienne un nombre entier. Ainsi, on obtient une division équivalente à la première mais dont le diviseur est un nombre entier ;

Ex. : $8,58 \div 2,3 = 85,8 \div 23$

Dans ce cas-ci, on a multiplié le dividende et le diviseur par 10.

Il est toujours utile d'estimer le résultat en cherchant des nombres compatibles.

Ex. :

$8,58 \div 2,3 \approx 8 \div 2 = 4$

- 2) effectuer ensuite la division.

$\begin{array}{r} 85,8 \overline{)23} \\ -69 \\ \hline 16 \end{array}$	$\begin{array}{r} 85,8 \overline{)23} \\ -69 \\ \hline 168 \end{array}$ <p style="text-align: center;">↑</p>	$\begin{array}{r} 85,8 \overline{)23} \\ -69 \\ \hline 168 \\ -161 \\ \hline 70 \\ -69 \\ \hline 1 \end{array}$
	<p>On insère une virgule dans le quotient au moment où l'on abaisse le chiffre occupant la position des dixièmes dans le dividende.</p>	<p>La division est terminée quand le reste est nul ou quand le niveau de précision désiré est atteint.</p>

Si la division n'est pas terminée quand on s'arrête, on place des points de suspension à la fin du quotient ou on utilise le symbole « \approx » qui signifie « est à peu près égal à ».

Ex. : $8,58 \div 2,3 = 3,73\dots$ ou $8,58 \div 2,3 = 3,73$

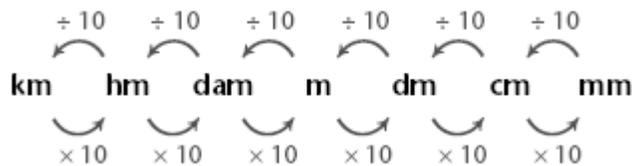
Nom : _____
 Groupe : _____ Date : _____

Le système international d'unités (SI)

Une mesure est toujours formée d'un nombre et d'une unité. Le **mètre est l'unité de longueur de base du système international d'unités**. Toutes les autres unités sont formées d'un préfixe et du mot *mètre* :

	kilo signifie 1000 fois	hecto signifie 100 fois	déca signifie 10 fois		déci signifie un dixième	centi signifie un centième	milli signifie un millième
Nom de l'unité de longueur	kilomètre	hectomètre	décamètre	mètre	décimètre	centimètre	millimètre
Symbole	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
Valeur par rapport au mètre	1000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m
Ex. :	Distance parcourue en 10 min de marche rapide	Longueur d'un terrain de soccer	Largeur d'un terrain de tennis	Un grand pas	Largeur de la main	Largeur de l'ongle de l'auriculaire	Épaisseur d'une pièce de 10 ¢

Chaque unité possède une valeur qui est 10 fois plus élevée que la valeur de l'unité placée immédiatement à sa droite et le dixième de la valeur de l'unité placée immédiatement à sa gauche.



- Ex. :
- 1) 6,7 dm = 67 cm, car il y a 10 cm dans 1 dm.
 - 2) 436 dm = 43,6 m, car il y a 10 dm dans 1 m.
 - 3) 56,9 km = 569 000 dm, car il y a 10 000 dm dans 1 km.

Multiplication d'un nombre par une puissance de 10 supérieure à 1

Lorsqu'on multiplie un nombre par 10, 100, 1000, ..., chacun des chiffres du produit a une valeur 10, 100, 1000, ..., fois plus grande que celle qu'il avait dans le facteur.

Ex. :

	unités de mille	centaines	dizaines	unités	,	dixièmes	centièmes
6,78 × 1 =				6	,	7	8
6,78 × 10 =			6	7	,	8	
6,78 × 100 =		6	7	8			
6,78 × 1000 =	6	7	8	0			

Multiplier un nombre par 10, 100, 1000, ... revient à déplacer chacun des chiffres du nombre de 1, 2, 3, ... positions vers la gauche.

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Division d'un nombre par une puissance de 10 supérieure à 1

Lorsqu'on divise un nombre par 10, 100, 1000, ..., chacun des chiffres du quotient a une valeur 10, 100, 1000, ..., fois plus petite que celle qu'il avait dans le dividende.

Ex. :

	dizaines	unités	,	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes	cent-millièmes
$85,26 \div 1 =$	8	5	,	2	6			
$85,26 \div 10 =$		8	,	5	2	6		
$85,26 \div 100 =$		0	,	8	5	2	6	
$85,26 \div 1000 =$		0	,	0	8	5	2	6

Multiplication d'un nombre par une puissance de 10 inférieure à 1

Multiplier un nombre par 0,1, 0,01, 0,001, ..., revient à diviser respectivement ce nombre par 10, 100, 1000, ...

$$\text{Ex. : } 62,7 \times 0,1 = 62,7 \times \frac{1}{10} = \frac{62,7 \times 1}{10} = 6,27$$

Division d'un nombre par une puissance de 10 inférieure à 1

Diviser un nombre par 0,1, 0,01, 0,001, ..., revient à multiplier respectivement ce nombre par 10, 100, 1000, ...

$$\text{Ex. : } 56,98 \div 0,1 = 56,98 \div \frac{1}{10} = 56,98 \times \frac{10}{1} = 569,8$$

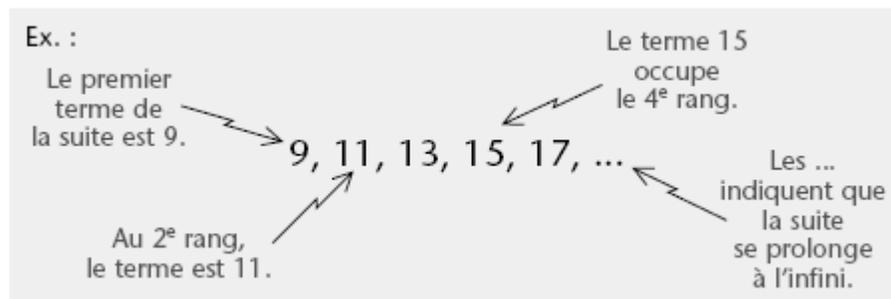
Diviser un nombre par 10, 100, 1000, ..., revient à déplacer chacun des chiffres du nombre de 1, 2, 3, ..., positions vers la droite.

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Suite numérique

Dans une suite numérique, chacun des nombres est appelé un **terme**. Chaque terme est associé à un **rang** qui indique sa position dans la suite.



Régularité

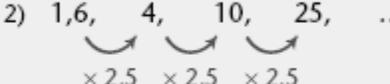
Dans une suite numérique, les termes respectent généralement une **régularité** qui permet de décrire la suite et de déterminer d'autres termes. On découvre cette régularité en cherchant le **lien** qui existe entre les termes de la suite.

Ex. :

1) 4, 7, 11, 18, 29, ...

La régularité est : chaque terme est obtenu en additionnant les deux termes précédents.

2) 1, 6, 4, 10, 25, ...



$\times 2,5$ $\times 2,5$ $\times 2,5$

La régularité est : chaque terme est obtenu en multipliant le terme précédent par 2,5.

Modes de représentation

Il existe plusieurs façons de représenter une suite numérique.

En voici quelques-unes :

Description en mots

Une façon de décrire une suite en mots est de donner son premier terme et de décrire sa régularité.

Ex. :

Le premier terme d'une suite est 115 et l'on obtient chacun des autres termes en additionnant 50 au terme précédent.

La suite est : 115, 165, 215, 265, ...

Dessin

Ce mode de représentation est souvent associé à des constructions géométriques.

Ex. :



La suite est : 1, 3, 6, 10, ...

Modes de représentation (suite)

Table de valeurs

Qu'elle soit présentée à l'horizontale ou à la verticale, la table de valeurs met en relation le rang et le terme.

Ex. :

Rang	1	2	3	...
Terme	48	24	12	...

OU

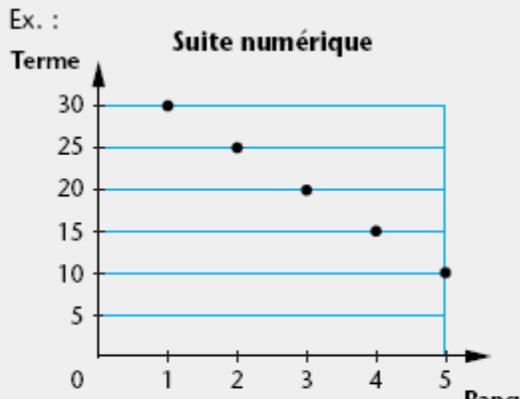
Rang	Terme
1	48
2	24
3	12
...	...

La suite est : 48, 24, 12, ...

Graphique

Le graphique illustre la relation entre le rang et le terme d'une suite.

Ex. :



La suite est : 30, 25, 20, 15, 10, ...

Suite arithmétique

Il existe plusieurs sortes de suites. Une suite de nombres où **la différence entre deux termes consécutifs est constante** est appelée **une suite arithmétique**.

Exemples de suites arithmétiques

1) 2, 7, 12, 17, ...
 $+5 \quad +5 \quad +5$

2) 40, 32, 24, 16, ...
 $-8 \quad -8 \quad -8$

3) 12, 12, 12, 12, ...
 $+0 \quad +0 \quad +0$

Exemples de suites non arithmétiques

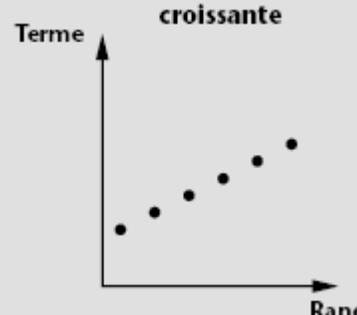
1) 1, 2, 4, 7, 11, ...
 $+1 \quad +2 \quad +3 \quad +4$

2) 15, 30, 60, 120, ...
 $+15 \quad +30 \quad +60$

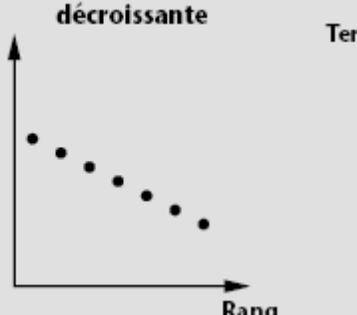
3) 0, -1, 1, -2, 2, ...
 $-1 \quad +2 \quad -3 \quad +4$

La représentation **graphique d'une suite arithmétique** est caractérisée par une série de **points alignés**.

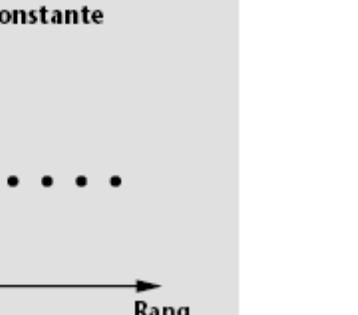
Suite arithmétique croissante



Suite arithmétique décroissante



Suite arithmétique constante



Règle d'une suite

La **règle** d'une suite est une **expression algébrique** qui permet de :

- décrire une suite de façon **abrégée**;
- **calculer** un terme d'après son rang.

Pour faciliter l'écriture d'une règle, on utilise des **variables**, c'est-à-dire des symboles qui peuvent prendre différentes valeurs. Les symboles utilisés sont généralement des **lettres**.

Règle d'une suite

Ex. :

Variable représentant la valeur d'un terme	Variable représentant la valeur d'un rang
↓	↓
1) $t = 4$	$n - 5$
2) $y =$	$x^2 + 1$
3) $a = -3$	b

Comment calculer un terme d'après son rang ?

Ex. : Pour déterminer le terme occupant le dixième rang d'une suite dont on connaît la règle, on remplace la variable du rang dans la règle par 10 et on complète le calcul.

1) Si $n = 10$, alors $t = 4 \times 10 - 5 = 40 - 5 = 35$.
2) Si $x = 10$, alors $y = 10^2 + 1 = 100 + 1 = 101$.
3) Si $b = 10$, alors $a = -3 \times 10 = -30$.

Pour exprimer le produit d'un nombre par une lettre, on convient d'écrire le nombre en premier et d'éliminer le symbole de multiplication.

Ex. : $6 \times a$ s'écrit $6a$, et $b \times -8$ s'écrit $-8b$.

Règle d'une suite arithmétique

Dans une suite arithmétique, le nombre qu'il faut additionner à un terme pour obtenir le suivant est appelé la **raison**.

La règle d'une suite arithmétique peut s'écrire sous la forme suivante :

$$(\text{Terme}) = (\text{raison}) \times (\text{rang du terme}) + (\text{nombre})$$

Ex. : **Suite**

Rang	Terme
1	11
2	14
3	17
4	20
...	...

Terme

Rang du terme

$t = 3n + 8$

Raison

On obtient ce nombre :

- soit en retranchant la raison du premier terme de la suite ($11 - 3 = 8$);
- soit par déduction, à l'aide de la raison et d'un terme et son rang.

Ex. : 20 occupe le rang 4 dans la suite.

$$20 = 3 \times 4 + \text{nombre}$$

$$20 = 12 + \text{nombre}$$

On en déduit que le nombre est 8.

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Équation

À l'aide de la règle d'une suite, on peut déterminer le rang d'un terme dont on connaît la valeur. Pour ce faire, on doit **résoudre une équation**, c'est-à-dire déterminer la valeur manquante dans un énoncé mathématique comportant une relation d'égalité.

Ex. :

Règle où t est le terme et n est le rang.		Équation à résoudre
$t = 3n$	On veut déterminer le rang du terme 75.	$3n = 75$
$t = -2n + 6$	On veut déterminer le rang du terme -34.	$-2n + 6 = -34$
$t = 6n - 3$	On veut déterminer le rang du terme 153.	$6n - 3 = 153$

Une équation peut s'écrire dans un sens ou dans l'autre. Par exemple, si $t = 3n$, alors $3n = t$, et si $-34 = -2n + 6$, alors $-2n + 6 = -34$.

Essais et erreurs

Voici une façon de déterminer le rang du terme 153 dans la règle $t = 6n - 3$, ce qui équivaut à résoudre l'équation $6n - 3 = 153$.

n	$6n - 3$	Analyse
20	$6 \times (20) - 3 = 117$	$117 < 153$, donc $n > 20$.
30	$6 \times (30) - 3 = 177$	$177 > 153$, donc $n < 30$.
25	$6 \times (25) - 3 = 147$	$147 < 153$, donc $n > 25$.
26	$6 \times (26) - 3 = 153$	$153 = 153$, donc $n = 26$.

On débute la recherche avec une estimation de la solution.

Le rang de 153 est donc 26.

La recherche de la solution est terminée.

Selon les résultats obtenus, on réajuste la valeur de n .

Opérations inverses

On peut considérer certaines équations comme une suite d'actions appliquées à une variable. Pour résoudre une équation, on peut effectuer, dans l'ordre inverse, le travail qui a permis de la construire.

Ex. : Pour déterminer le rang du terme 225 dans la règle $t = 6n - 3$, il faut résoudre l'équation $6n - 3 = 225$. On peut traduire cette équation par :

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Un certain} & \longrightarrow & \times 6 & \longrightarrow & - 3 & = & 225 \\ \text{rang } n & & & & & & \\ 38 & = & \div 6 & \longleftarrow & + 3 & \longleftarrow & 225 \end{array}$$

Le rang du terme 225 est donc 38.

On valide la solution : en remplaçant n par 38 dans la règle $t = 6n - 3$, on doit obtenir $t = 225$.

$$\begin{array}{l} 6n - 3 = t \\ 6 \times 38 - 3 = t \\ 225 = t \end{array}$$

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Polygone

Un **polygone** est une figure plane formée par une ligne brisée fermée.

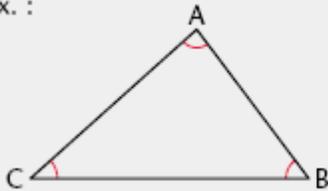
Un **côté** d'un polygone est un segment de la ligne brisée formant le polygone.

Un **sommet** d'un polygone est le point de rencontre de deux côtés du polygone.

Un **angle intérieur d'un polygone** est formé par deux côtés consécutifs de ce polygone et se situe à l'intérieur de celui-ci.

Le mot «polygone» vient du grec et signifie plusieurs (poly-) angles (-gone).

Ex. :



La figure ABC est un polygone.

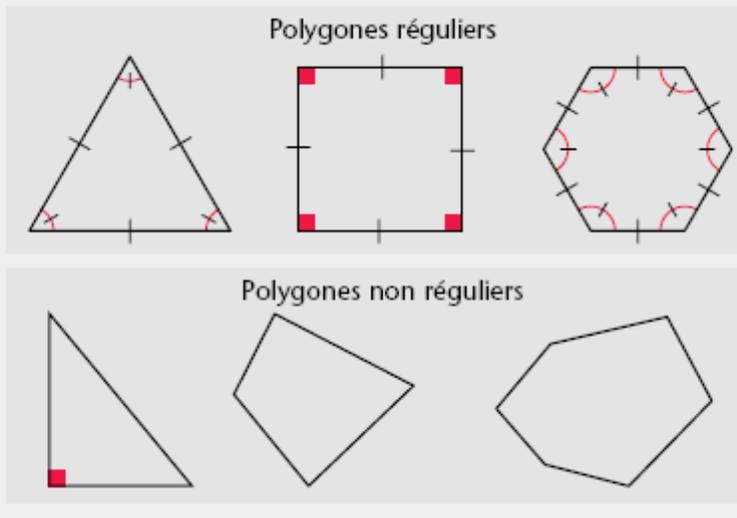
\overline{AB} , \overline{BC} et \overline{AC} sont les côtés du polygone.

A, B et C sont les sommets du polygone.

$\angle BAC$ ou $\angle A$, $\angle ABC$ ou $\angle B$ et $\angle ACB$ ou $\angle C$ sont les angles intérieurs du polygone.

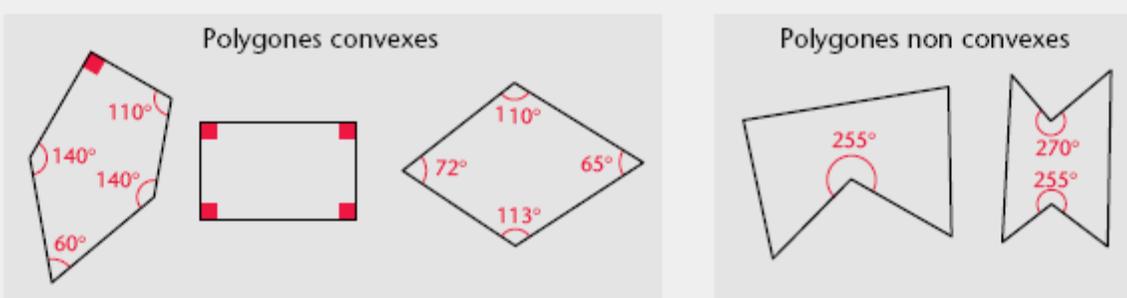
Un **polygone régulier** est un polygone dont **tous les côtés** sont **isométriques** et dont **tous les angles** sont **isométriques**. Il est équilatéral et équiangle.

Ex. :



Un **polygone** est **convexe** si la mesure de chacun de ses angles intérieurs est inférieure à 180° .

Ex. :



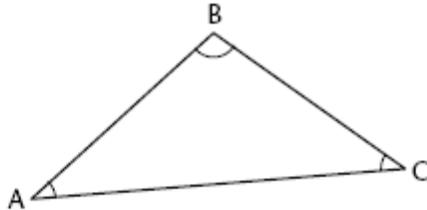
Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Triangle

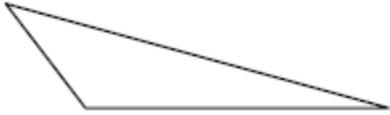
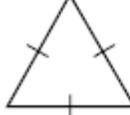
Un **triangle** est un **polygone ayant trois côtés**.

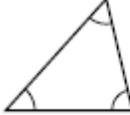
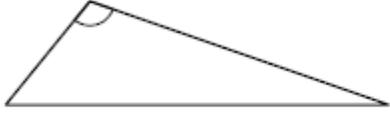
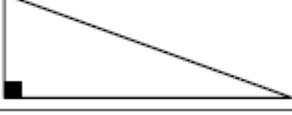
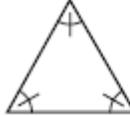
La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est 180° .



$$m \angle A + m \angle B + m \angle C = 180^\circ$$

Classification des triangles

Caractéristiques selon la mesure des côtés	Nom	Illustration
Aucun côté isométrique	Scalène	
Deux côtés isométriques	Isocèle	
Tous les côtés sont isométriques	Équilatéral	

Caractéristiques selon la mesure des angles	Nom	Illustration
Trois angles aigus	Acutangle	
Un angle obtus	Obtusangle	
Un angle droit	Rectangle	
Deux angles isométriques	Isoangle	
Tous les angles sont isométriques	Équiangle	

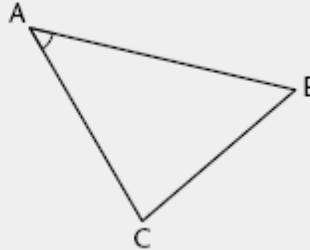
Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

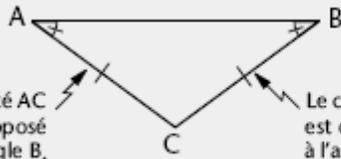
Classification des triangles (suite)

Dans un triangle, le **côté opposé** à un **angle intérieur** est le côté du triangle qui ne sert pas à former l'angle dont il est question.

Ex. : Dans le triangle ABC ci-contre, le côté BC est opposé à l'angle A.



Dans un triangle, les **angles opposés aux côtés isométriques** sont isométriques.

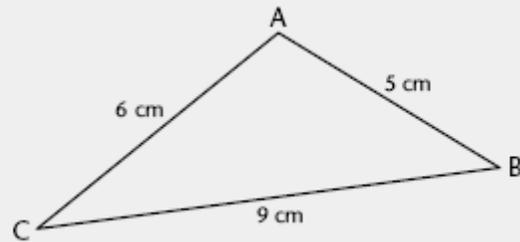
Ex. :  Le côté AC est opposé à l'angle B. Le côté BC est opposé à l'angle A.

Dans le triangle ABC :
 $\overline{AC} \cong \overline{BC}$, alors
 $\angle B \cong \angle A$.

Périmètre

On détermine le périmètre d'un polygone en faisant la somme de toutes les mesures de ses côtés.

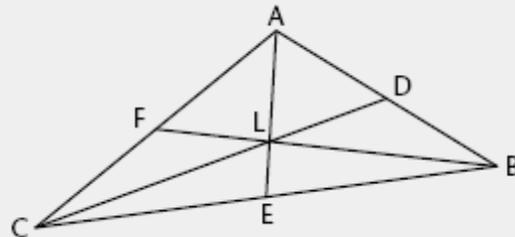
Ex. : Périmètre $\triangle ABC = m \overline{AB} + m \overline{BC} + m \overline{AC}$
 $= 5 + 9 + 6$
 $= 20 \text{ cm}$



Médiane

La **médiane** d'un triangle est le **segment joignant un sommet au milieu du côté opposé**. Les trois médianes d'un triangle se rencontrent en un seul point appelé le **centre de gravité**.

Ex. :
D, E et F sont les points milieux des trois côtés du triangle ABC.
 \overline{AE} , \overline{BF} et \overline{CD} sont les médianes du triangle ABC.
Le point d'intersection L des trois médianes est le centre de gravité du triangle ABC.



Construction de triangles

Pour construire un triangle à l'aide d'instruments de géométrie, voir l'*Album*, page 221.

Nom : _____

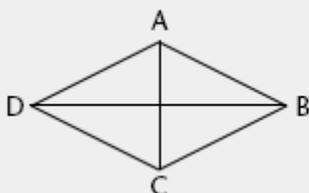
Groupe : _____ Date : _____

Quadrilatère

Un **quadrilatère** est un **polygone ayant quatre côtés**.

Une **diagonale** est un **segment joignant deux sommets non consécutifs** d'un polygone.

Ex. :

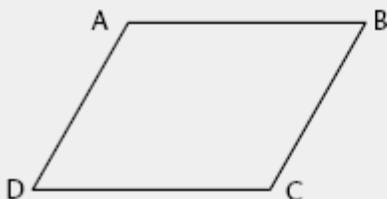


\overline{AC} et \overline{BD} sont les diagonales du quadrilatère ABCD.

Dans un quadrilatère :

- des **côtés sont opposés** s'ils n'ont aucun sommet commun;
- des **côtés sont adjacents** s'ils ont un sommet commun;
- des **angles sont opposés** s'ils n'ont aucun côté commun;
- des **angles sont consécutifs** s'ils ont un côté commun.

Ex. :



Dans le quadrilatère ABCD :

\overline{AB} et \overline{DC} sont des côtés opposés;

\overline{AB} et \overline{AD} sont des côtés adjacents;

$\angle B$ et $\angle D$ sont des angles opposés;

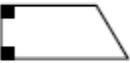
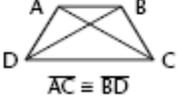
$\angle B$ et $\angle C$ sont des angles consécutifs.

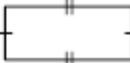
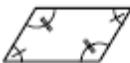
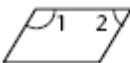
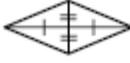
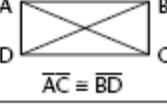
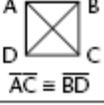
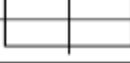
La somme des mesures des angles intérieurs d'un quadrilatère est 360° .

Nom : _____

Groupe : _____ Date : _____

Propriétés des quadrilatères convexes

Propriétés selon		Quadrilatère sans particularité	Trapèze sans particularité	Trapèze isocèle	Trapèze rectangle
Les côtés	Aucun côté parallèle				
	Une paire de côtés parallèles				
	Deux côtés isométriques				
Les angles	Deux angles droits				
Les diagonales	Isométriques				
Les axes de symétrie					

Propriétés selon		Parallélogramme	Rectangle	Losange	Carré
Les côtés	Deux paires de côtés opposés parallèles				
	Deux paires de côtés opposés isométriques				
	Quatre côtés isométriques				
Les angles	Des angles opposés isométriques				
	Des angles consécutifs supplémentaires	 $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$	 $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$	 $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$	 $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$
	Quatre angles droits				
Les diagonales	Se coupent en leur milieu				
	Isométriques				
	Perpendiculaires				
Les axes de symétrie					

Classification des polygones

Polygones

Nombre de côtés	Nom
3	Triangle
4	Quadrilatère
5	Pentagone
6	Hexagone
7	Heptagone

Nombre de côtés	Nom
8	Octogone
9	Ennéagone
10	Décagone
11	Hendécagone
12	Dodécagone

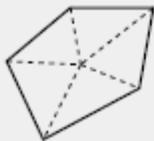
Dans un polygone à n côtés, il y a n angles intérieurs.

Somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone

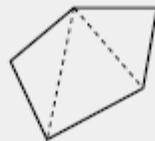
La **somme** des mesures des **angles intérieurs** d'un polygone est :

$$S = n \times 180^\circ - 360^\circ \quad \text{ou} \quad S = (n - 2) \times 180^\circ$$

Ex. :



$$S = 5 \times 180^\circ - 360^\circ = 540^\circ$$



$$S = (5 - 2) \times 180^\circ = 540^\circ$$

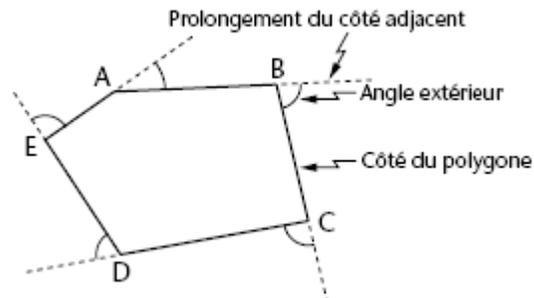
où n représente le nombre de côtés et S , la somme des mesures des angles intérieurs du polygone.

Dans un **polygone régulier**, on détermine la **mesure d'un des angles intérieurs** en divisant la somme des mesures des angles intérieurs de ce polygone par le nombre de côtés de ce polygone.

Ex. : $\text{Mesure d'un des angles intérieurs d'un pentagone régulier} = \frac{\text{Somme des mesures des angles intérieurs du polygone}}{\text{Nombre de côtés du polygone}} = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$

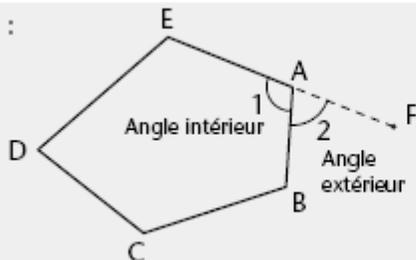
Angles extérieurs d'un polygone convexe

Dans un polygone convexe, un **angle extérieur** en un sommet est formé par un côté du polygone et le prolongement du côté adjacent en ce sommet.



À chaque sommet d'un polygone convexe, l'angle intérieur et l'angle extérieur sont supplémentaires.

Ex. :



$$m \angle 1 + m \angle 2 = 180^\circ$$

La **somme** des mesures des **angles extérieurs** d'un **polygone convexe** est 360° .

Construction d'un polygone régulier

Pour construire un polygone régulier à l'aide d'instruments de géométrie, voir l'*Album*, page 223.

