Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Calepin des **savoirs** 9.1

Manuel de l'élève, p. 11

Terme

Un terme peut être composé :

- uniquement d'un nombre; il s'agit alors d'un **terme constant**;

Ex. : 1) 5 2) -3 3) $\frac{3}{4}$ 4) $8{,}26$

- d'un produit de nombres et de variables.

Ex. : 1) $-3a$ 2) $4xy^2$ 3) $\frac{2}{3}b$ 4) $5{,}6cd$ 5) $1x$ ou x

Dans une expression algébrique, les termes sont reliés par des symboles d'addition « + » ou de soustraction « – ».

Pour identifier les termes, on transforme chacune des soustractions en addition de l'opposé.

Ex. : L'expression algébrique $8a^2 + 5ab - 7$ est composée de trois termes, soit $8a^2$, $5ab$ et -7, car $8a^2 + 5ab - 7 = 8a^2 + 5ab + -7$.

Pour exprimer le produit d'un nombre et d'une ou plusieurs variables, on convient d'écrire le nombre en premier et d'éliminer les symboles de multiplication.

Ex. : 1) $7 \times b$ s'écrit $7b$.

2) $m^2 \times -3 \times y$ s'écrit $-3m^2y$.

Lorsque le nombre est 1, on l'omet, puisque c'est l'élément neutre de la multiplication.

Ex. : $1a$ s'écrit simplement a et $-1b$ s'écrit $-b$.

Coefficient

On appelle **coefficient** le facteur précédant la ou les variables d'un terme.

Ex. : Dans l'expression algébrique $x - 8xy + 7{,}3y$, 1, -8 et 7,3 sont respectivement les coefficients du premier, du deuxième et du troisième terme.

Termes semblables

Deux termes sont semblables s'ils sont composés des mêmes variables affectées des mêmes exposants ou si chacun d'eux est un terme constant.

Ex. : **Termes semblables**

1) $4b$ et $-5b$ 2) $6xy^2$ et $7xy^2$ 3) 12 et 17

Termes non semblables

1) $8b$ et $8a$ 2) $-9x^2y$ et $7xy^2$ 3) -12 et $17a$

Réduction d'une expression algébrique : addition et soustraction

On exprime généralement une somme ou une différence sous sa forme réduite, c'est-à-dire à l'aide d'une expression algébrique dans laquelle toutes les opérations possibles ont été effectuées.

On peut réduire une expression algébrique composée de plusieurs termes en additionnant ou en soustrayant les termes semblables.

Ex. : 1)	$3x + 9 + 4x - 7 = 7x + 2$	On peut réduire cette expression, car $3x$ et $4x$ sont des termes semblables, et 9 et -7 sont des termes semblables.
2)	$3x + 4a$	On ne peut pas réduire cette expression, car $3x$ et $4a$ ne sont pas des termes semblables.

Additionner ou soustraire un tout, c'est additionner ou soustraire chacune de ses parties.

Ex. : 1) $3x + (5x + 7x + 9y) = 3x + 5x + 7x + 9y = 15x + 9y$

2) $24c - (5c + 13d + 4c + 7d) = 24c - 5c - 13d - 4c - 7d = 15c - 20d$

Nom : ____

Groupe : _____________________ Date : ______________

Modes de représentation

Il existe différentes façons de représenter une situation.

Description en mots

Ex. : Un train peut accueillir 8 personnes dans le premier wagon, et 6 personnes dans chaque wagon additionnel.

Dessin

Ex. :

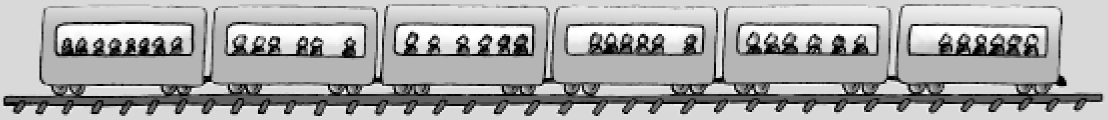


Table de valeurs

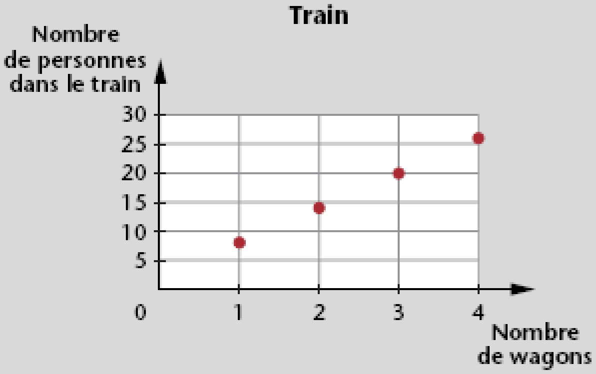
Ex. :

Train

Nombre de wagons	1	2	3	4	…
Nombre de personnes dans le train	8	14	20	26	…

Graphique

Ex. :



Règle

Ex. :

Variable représentant le nombre de personnes dans le train.

$$p = 6w + 2$$

Coefficient qui indique que pour chaque wagon ajouté au premier wagon, il y a 6 personnes de plus dans le train.

Variable représentant le nombre de wagons.

Constante obtenue par déduction à l'aide du nombre de wagons et du nombre de personnes correspondant.

Ex. : Lorsqu'il y a 3 wagons, il y a 20 personnes dans le train.

$20 = 6 \times 3 +$ constante

$20 = 18 +$ constante

On en déduit que la constante est 2.

Il faut toujours indiquer ce que représente chacune des variables utilisées dans une règle.

Nom : ____

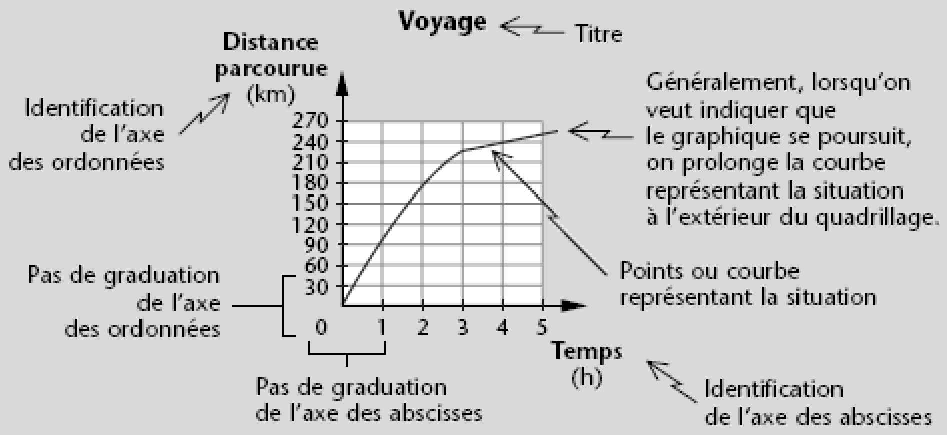
Groupe : ________________________ Date : ______________

Manuel de l'élève, p. 21

Représentation graphique

Un **graphique** est un **mode de représentation** d'une situation à l'aide de **points,** d'une **courbe** ou d'un ensemble de courbes afin de **faciliter l'analyse** de cette situation et d'en donner une **vue d'ensemble.**

Ex. : Principaux éléments d'une représentation graphique



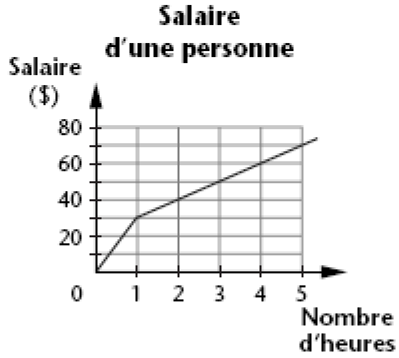
Informations pouvant être dégagées d'une représentation graphique

Une représentation graphique permet souvent d'illustrer la relation entre deux variables qui peuvent, entre autres, varier dans le même sens ou varier dans le sens contraire.

Variation dans le même sens

Lorsque les valeurs de la variable associée à l'axe des abscisses augmentent (ou diminuent), les valeurs de la variable associée à l'axe des ordonnées augmentent (ou diminuent) aussi.

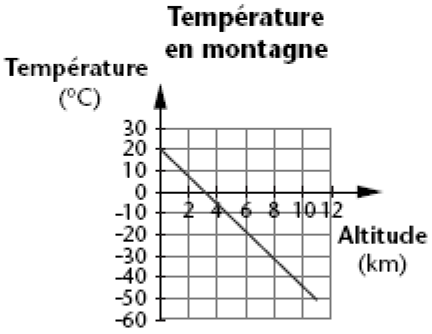
Ex. : Plus le **nombre d'heures travaillées** par une personne **augmente**, plus son **salaire augmente.**



Variation dans le sens contraire

Lorsque les valeurs de la variable associée à l'axe des abscisses augmentent (ou diminuent), les valeurs de la variable associée à l'axe des ordonnées diminuent (ou augmentent).

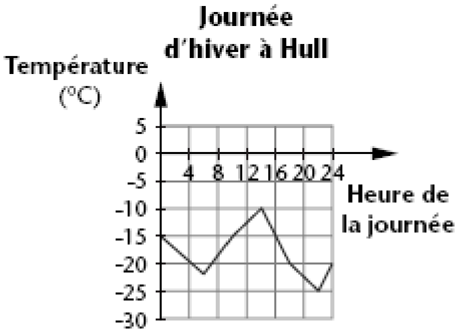
Ex. : En montagne, plus l'**altitude augmente,** plus la **température diminue.**



Minimum et maximum

Dans la plupart des situations, on peut déterminer la plus petite valeur, appelée le minimum, et la plus grande valeur, appelée le maximum, de la variable associée à l'axe des ordonnées.

Ex. : Au cours de cette journée-là, entre 0 h et 24 h, la température minimale a été de -25 °C et la température maximale a été de -10 °C.



Nom : ____

Groupe : ____________________ Date : ________________

Calepin des savoirs 9.3

Manuel de l'élève, p. 30

Passage d'un mode de représentation à un autre

> On associe généralement l'axe des abscisses d'une représentation graphique à la première ligne ou à la première colonne de la table de valeurs correspondante.

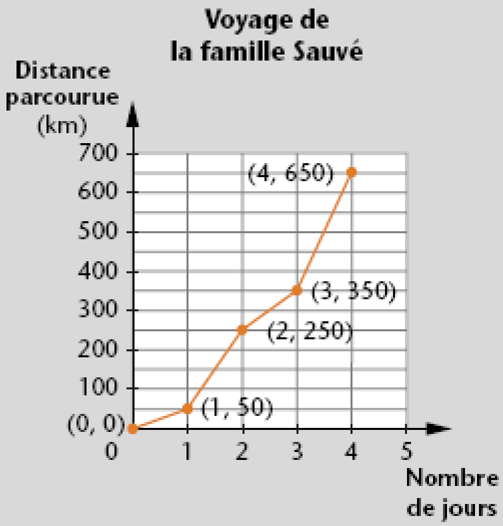
Table de valeurs → graphique

Pour construire un graphique d'après une table de valeurs, on transpose directement les couples de nombres de la table de valeurs dans un plan cartésien.

Ex. :

Voyage de la famille Sauvé

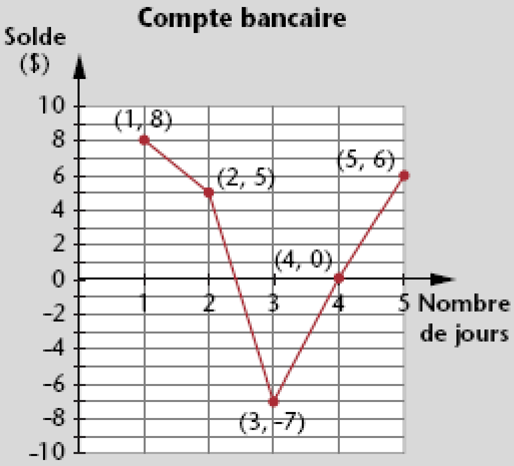
Nombre de jours	Distance parcourue (km)
0	0
1	50
2	250
3	350
4	650



Graphique → table de valeurs

Pour construire une table de valeurs d'après un graphique, on repère les coordonnées de plusieurs points sur le graphique et on les inscrit dans une table de valeurs.

Ex. :



Compte bancaire

Nombre de jours	1	2	3	4	5
Solde ($)	8	5	-7	0	6

Nom : ______________________________

Groupe : ____________________ Date : ____________

Calepin des savoirs 9.3

Manuel de l'élève, p. 31

Règle → table de valeurs

Pour construire une table de valeurs d'après une règle, on attribue d'abord des valeurs plausibles à l'une des deux variables et on calcule ensuite les valeurs correspondantes de l'autre variable.

Ex. : Le salaire de David se calcule à l'aide de la règle $s = 9n + 12$, où s représente le salaire de David et n, le nombre d'heures travaillées.

Si David travaille 1 h : $n = 1$ et $s = 9 \times 1 + 12 = 21$

Si David travaille 2 h : $n = 2$ et $s = 9 \times 2 + 12 = 30$

…

Rémunération de David

Nombre d'heures travaillées	1	2	3	4	…
Salaire ($)	21	30	39	48	…

Table de valeurs → règle

Il n'est pas toujours possible de déterminer la règle associée à une table de valeurs. On peut le faire lorsque la table de valeurs présente une situation qui se traduit graphiquement par une série de points alignés ou une droite. La règle est alors de la forme (variable) = (coefficient) x (variable) + (constante).

Il faut toujours indiquer ce que représente chacune des variables utilisées dans la règle.

Ex. :

Rendement d'une entreprise

Nombre d'articles vendus	1	2	3	4	…
Solde du compte ($)	-5	15	35	55	…

+ 20 + 20 + 20

$s = 20n - 25$

où s représente le solde du compte et n, le nombre d'articles vendus

Règle → graphique

Pour construire un graphique d'après une règle, on attribue d'abord des valeurs plausibles à l'une des variables et on calcule ensuite les valeurs correspondantes de l'autre variable afin d'obtenir des couples de nombres ; finalement, on place ces couples de nombres dans un plan cartésien.

Graphique → règle

Il n'est pas toujours possible de déterminer une règle d'après un graphique. On peut le faire lorsque le graphique présente une série de points alignés ou une droite. On utilise le graphique pour établir la table de valeurs correspondante, puis on détermine la règle à partir de cette table de valeurs.

Nom : ____

Groupe : _______________________ Date : ______________

Calepin des savoirs 10.1

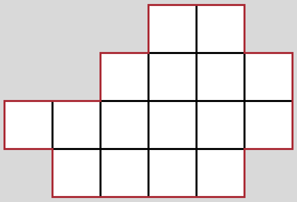
Manuel de l'élève, p. 54

Périmètre et aire

Le **périmètre** est la longueur de la ligne fermée qui correspond à la frontière d'une figure plane. On exprime le périmètre d'une figure en **unités de longueur.**

L'**aire** ou la superficie est la mesure d'une surface délimitée par une figure. On exprime l'aire d'une figure en **unités carrées.**

Ex. : Le périmètre de cette figure est de 20 unités, noté 20 u,
et son aire est de 16 unités carrées, notée 16 u^2.



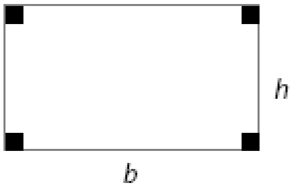
Choix de l'unité de mesure pour les aires

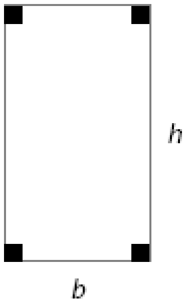
On peut utiliser diverses unités d'aire pour mesurer une surface. C'est le **contexte** qui aide à déterminer l'unité la plus adaptée. Le tableau ci-dessous présente les **unités d'aire du système international d'unités** (SI).

Nom de l'unité d'aire	Symbole	Exemple de contexte approprié
Kilomètre carré	km^2	Superficie de 100 terrains de soccer
Hectomètre carré	hm^2	Superficie d'un terrain de soccer
Décamètre carré	dam^2	Superficie de la moitié d'un terrain de tennis
Mètre carré	m^2	Superficie de la surface de travail d'un pupitre de classe
Décimètre carré	dm^2	Superficie de la paume d'une main
Centimètre carré	cm^2	Superficie de ce carré : □
Millimètre carré	mm^2	Superficie de ce carré : ▫

Aire d'un rectangle

Chacun des côtés d'un rectangle peut être désigné comme base. La hauteur correspond à la mesure d'un côté perpendiculaire à la base.





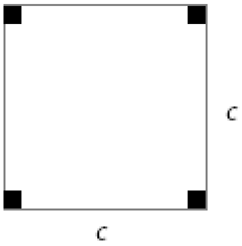
Aire d'un rectangle = (base) × (hauteur)
$= b \times h$

Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Aire d'un carré

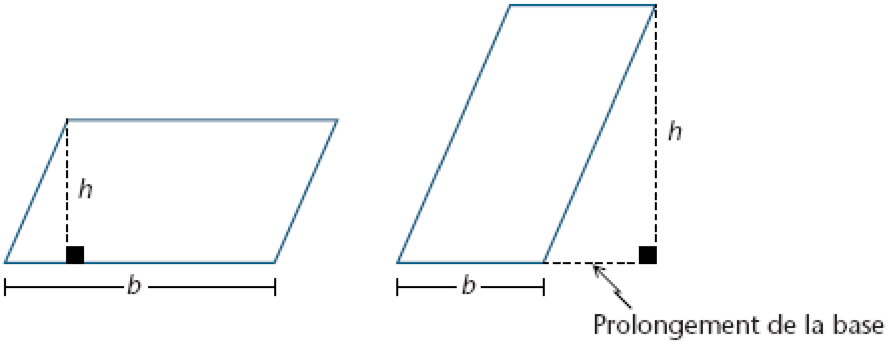
Chacun des côtés d'un carré peut être désigné comme base. La hauteur correspond à la mesure d'un côté perpendiculaire à la base.



$$\begin{aligned}\text{Aire d'un carré} &= (\text{base}) \times (\text{hauteur}) \\ &= c \times c \\ &= c^2\end{aligned}$$

Aire d'un parallélogramme

Chacun des côtés d'un parallélogramme peut être désigné comme base. La hauteur correspond à la distance entre la base ou son prolongement et le côté qui lui est parallèle.



$$\begin{aligned}\text{Aire d'un parallélogramme} &= (\text{base}) \times (\text{hauteur}) \\ &= b \times h\end{aligned}$$

Nom : ____

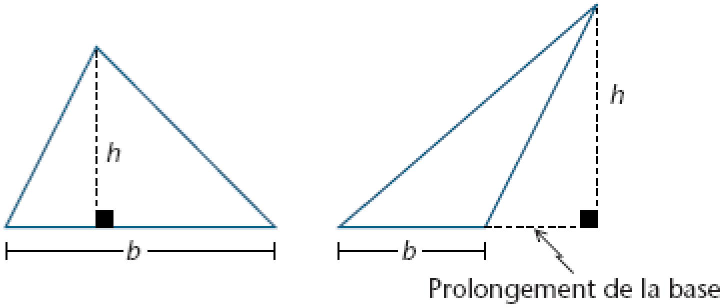
Groupe : ________________________ Date : ______________

Calepin des savoirs 10.2

Manuel de l'élève, p. 66

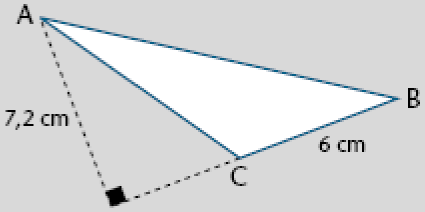
Aire d'un triangle

Chacun des côtés d'un triangle peut être désigné comme base. La hauteur correspond à la distance entre la base ou son prolongement et le sommet qui lui est opposé.



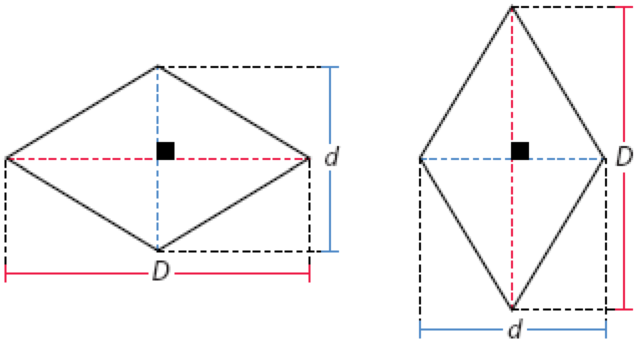
$$\text{Aire d'un triangle} = \frac{(\text{base}) \times (\text{hauteur})}{2}$$
$$= \frac{b \times h}{2}$$

Ex. : Aire du triangle ABC $= \frac{6 \times 7{,}2}{2} = 21{,}6\ \text{cm}^2$



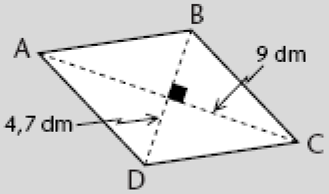
Aire d'un losange

Dans un losange, la plus longue des deux diagonales s'appelle la **grande diagonale** et la plus courte s'appelle la **petite diagonale.**



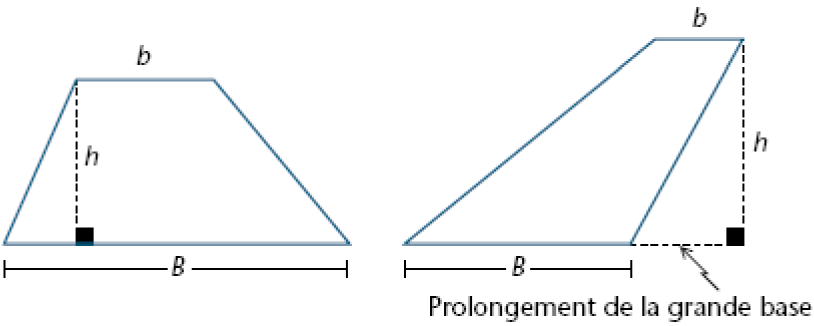
$$\text{Aire d'un losange} = \frac{(\text{grande diagonale}) \times (\text{petite diagonale})}{2}$$
$$= \frac{D \times d}{2}$$

Ex. : Aire du losange ABCD $= \frac{9 \times 4{,}7}{2} = 21{,}15\ \text{dm}^2$



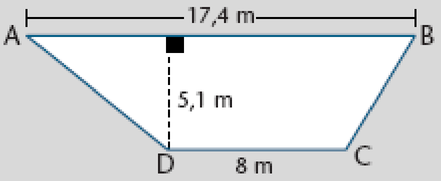
Aire d'un trapèze

Dans un trapèze, le plus long des deux côtés parallèles s'appelle la **grande base** et le plus court s'appelle la **petite base.** La hauteur correspond à la distance entre la grande base ou son prolongement et la petite base.



$$\text{Aire d'un trapèze} = \frac{((\text{grande base}) + (\text{petite base})) \times (\text{hauteur})}{2}$$
$$= \frac{(B + b) \times h}{2}$$

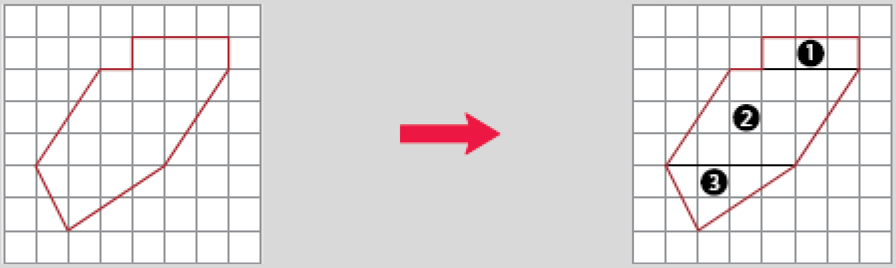
Ex. : Aire du trapèze ABCD $= \frac{(17,4 + 8) \times 5,1}{2} = 64,77\text{ m}^2$



Aire de polygones décomposables

Pour déterminer l'aire d'un polygone dont la forme est complexe, on peut le **décomposer en polygones plus simples.** Cette décomposition doit être faite de manière à ce que les mesures nécessaires au calcul de l'aire des polygones plus simples soient connues.

Ex. :



Polygone complexe

Décomposition

Aire du polygone complexe = (aire de la figure ❶) + (aire de la figure ❷) + (aire de la figure ❸)

= (aire du rectangle) + (aire du parallélogramme) + (aire du triangle)

= $3 \times 1 + 4 \times 3 + \frac{4 \times 2}{2}$

= $3 + 12 + 4$

= 19

Nom : ______________________________

Groupe : ________________ Date : __________

Calepin des savoirs 10.3

Manuel de l'élève, p. 78

Racine carrée

L'opération inverse de celle qui consiste à élever un nombre positif au carré est appelée l'**extraction de la racine carrée.** Le symbole de cette opération est $\sqrt{\ }$.

Soit le nombre positif *a.* Le nombre positif qui, multiplié par lui-même ou élevé au carré, donne *a* est appelé la **racine carrée** de *a*. La racine carrée de *a* se note $\sqrt{a}$.

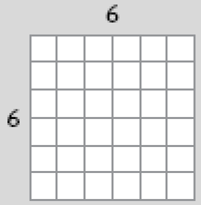
Ex. :

1) La racine carrée de 16, notée $\sqrt{16}$, est 4, car $4 \times 4 = 4^2 = 16$.

2) $\sqrt{17,64} = 4,2$, car $4,2 \times 4,2 = 4,2^2 = 17,64$.

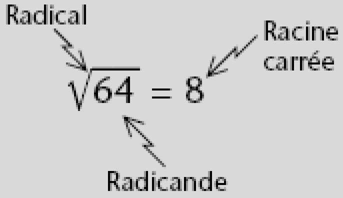
En géométrie, la racine carrée de *a* correspond à la mesure d'un côté d'un carré dont l'aire est *a*.

Ex. : Cette figure montre que $6 \times 6 = 36$ et que $\sqrt{36} = 6$.



Le symbole $\sqrt{\ }$ est appelé le **radical,** le nombre sous le radical est appelé le **radicande** et le résultat est appelé la **racine carrée.** $\sqrt{a}$ se lit « racine carrée de *a* » ou « radical *a* ».

Ex. : L'expression $\sqrt{64} = 8$ se lit :
« La racine carrée de 64 est 8. »
ou
« Radical 64 égale 8. »



On convient d'appeler l'opposé de la racine carrée de *a* la racine carrée négative de *a*. La racine carrée négative de *a* est notée $^{-}\sqrt{a}$.

Ex. : La racine carrée négative de 36, notée $^{-}\sqrt{36}$, est $^{-}6$.

Résolution d'équations

Certaines équations sont décomposables en différentes parties. Pour résoudre de telles équations, on peut utiliser la méthode du **recouvrement,** qui consiste à recouvrir successivement chaque partie de l'équation afin d'en déduire sa valeur.

Ex. : Résolution de l'équation $18 - \frac{4x}{3} = 10$ par recouvrements successifs.

En recouvrant la partie de la soustraction dont on ne connaît pas la valeur…	$18 - \frac{4x}{3} = 10$	… on peut déduire qu'elle vaut 8, car $18 - 8 = 10$.
En recouvrant la partie de la division dont on ne connaît pas la valeur…	$\frac{4x}{3} = 8$	… on peut déduire qu'elle vaut 24, car $24 \div 3 = 8$.
En recouvrant la partie de la multiplication dont on ne connaît pas la valeur…	$4x = 24$	… on peut déduire qu'elle vaut 6, car $4 \times 6 = 24$.
La solution est donc :	$x = 6$	

On valide la solution en substituant 6 à *x* dans l'équation de départ : $18 - \frac{4 \times 6}{3} = 10$.

Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Monôme et degré d'un monôme

Un monôme est une expression algébrique formée d'**un seul terme.**

Exemples de monômes : 4 ^{-}x $5x$ $16x^2$ $^{-}4xy$

On peut caractériser un monôme par son degré. Le degré d'un monôme correspond à la **somme des exposants des variables** qui le composent.

Ex. : 1) Le degré du monôme 5, qui peut aussi s'écrire $5x^0$, est 0.

2) Le degré du monôme $^{-}2a$, qui peut aussi s'écrire $^{-}2a^1$, est 1.

3) Le degré du monôme $9xy$, qui peut aussi s'écrire $9x^1y^1$, est 2.

4) Le degré du monôme $^{-}17n^2$ est 2.

Réduction d'une expression algébrique : multiplication et division

On exprime généralement un produit ou un quotient sous sa forme réduite, c'est-à-dire à l'aide d'une expression algébrique dans laquelle toutes les opérations possibles ont été effectuées.

En utilisant les propriétés de la multiplication, on peut réduire l'expression algébrique correspondant à un produit.

Ex. :

1) $5a \times 6 = 5 \times 6 \times a = 30a$	(commutativité)
2) $2a \times 10a = 2 \times 10 \times a \times a = 20a^2$	(commutativité)
3) $^{-}7a \times 3{,}5b = {}^{-}7 \times 3{,}5 \times a \times b = {}^{-}24{,}5ab$	(commutativité)
4) $3(4n + 25) = 3 \times 4n + 3 \times 25 = 12n + 75$	(distributivité de la multiplication sur l'addition)
5) $1{,}5(n - 40) = 1{,}5 \times n - 1{,}5 \times 40 = 1{,}5n - 60$	(distributivité de la multiplication sur la soustraction)

Pour exprimer le produit d'un facteur par une expression algébrique comprise entre parenthèses, on convient d'éliminer le symbole de multiplication.
Ex. : $4 \times (3n - 1)$ s'écrit $4(3n - 1)$.

En utilisant les propriétés des fractions, on peut réduire l'expression algébrique correspondant à un quotient.

Ex. :

1) $20a \div 5 = \frac{20a}{5} = 4a$

2) $-45b \div 3 = \frac{-45b}{3} = -15b$

3) $56a^2 \div 7 = \frac{56a^2}{7} = 8a^2$

4) $13ab \div 4 = \frac{13ab}{4} = 3{,}25ab$

5) $(8n + 12) \div 4 = \frac{8n + 12}{4} = \frac{8n}{4} + \frac{12}{4} = 2n + 3$

6) $(20s - 50) \div 8 = \frac{20s - 50}{8} = \frac{20s}{8} - \frac{50}{8} = 2{,}5s - 6{,}25$

Il est préférable d'exprimer un quotient sous la forme d'une fraction irréductible plutôt qu'à l'aide d'un nombre arrondi.

Ex. :

1) Il est préférable d'écrire $6a \div 14 = \frac{3a}{7}$ plutôt que $6a \div 14 \approx 0{,}43a$.

2) Il est préférable d'écrire $46n \div 30 = \frac{23n}{15}$ plutôt que $46n \div 30 \approx 1{,}53n$.

Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Calepin des savoirs 11.1

Manuel de l'élève, p. 107

Rapport

Le **rapport** est un mode de **comparaison** entre deux quantités ou deux grandeurs de **même nature** exprimées dans les **mêmes unités** et qui fait intervenir la notion de **division.**

Les deux façons les plus courantes de noter un rapport sont le deux-points ou le trait de fraction. Ainsi, le rapport de a à b se note $a : b$ ou $\frac{a}{b}$, où $b \neq 0$.

Ex. : Christine a 3 ans et pèse 20 kg. Roger a 50 ans et pèse 77 kg.

1) Le rapport de l'âge de Christine à celui de Roger se note 3 : 50 ou $\frac{3}{50}$.
2) Le rapport de la masse de Roger à celle de Christine se note 77 : 20 ou $\frac{77}{20}$.

Taux

Le **taux** est un mode de **comparaison** entre deux quantités ou deux grandeurs, généralement de nature différente, exprimées à l'aide d'**unités différentes** et qui fait intervenir la notion de **division.**

On note un taux à l'aide d'un trait de fraction. Exprimés en mots, les taux font généralement intervenir des mots tels que *en*, *pour*, *par* et *chacun*.

Ex. :

Taux exprimé en mots	Notation
525 $ en 6 jours	$\frac{525\ \$}{6\ \text{jours}}$
20 ballons pour 37 élèves	$\frac{20\ \text{ballons}}{37\ \text{élèves}}$
13 L par 100 km	$\frac{13\ \text{L}}{100\ \text{km}}$

Taux unitaire

Lorsque le dénominateur d'un taux est 1, on parle alors de **taux unitaire** et on omet le 1 dans la notation.

Ex. :

Taux exprimé en mots	Notation
40 crayons par boîte	40 crayons/1 boîte ou plus simplement 40 crayons/boîte
79 km par heure	79 km/1 h ou plus simplement 79 km/h
8,25 $ par personne	8,25 $/1 personne ou plus simplement 8,25$/personne

Rapports et taux équivalents

Si deux rapports ou deux taux correspondent au même quotient, on dit qu'ils sont équivalents.

Ex. : 1) Les rapports $\frac{8}{5}$ et $\frac{24}{15}$ sont équivalents, car $\frac{8}{5} = 1{,}6$ et $\frac{24}{15} = 1{,}6$.

2) Les taux $\frac{11\ \text{kg}}{20\ \text{min}}$ et $\frac{77\ \text{kg}}{140\ \text{min}}$ sont équivalents, car $\frac{11\ \text{kg}}{20\ \text{min}} = 0{,}55$ kg/min et $\frac{77\ \text{kg}}{140\ \text{min}} = 0{,}55$ kg/min.

On obtient des rapports ou des taux équivalents en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre, différent de 0.

Ex. : 1) $\overset{\times 3}{\frac{8}{5} = \frac{24}{15}}_{\times 3}$ 2) $\overset{\div 7}{\frac{77\ \text{kg}}{140\ \text{min}} = \frac{11\ \text{kg}}{20\ \text{min}}}_{\div 7}$

Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Calepin des savoirs 11.1

Manuel de l'élève, p. 108

Comparaison de rapports ou de taux

Il existe plusieurs stratégies pour comparer des rapports ou des taux. En voici deux :

- On les porte au même dénominateur ou à la même base de comparaison.

Ex. : 1) $\frac{2}{3} < \frac{5}{7}$, car $\frac{14}{21} < \frac{15}{21}$. 2) $\frac{70 \text{ mots}}{4 \text{ min}} > \frac{95 \text{ mots}}{6 \text{ min}}$, car $\frac{210 \text{ mots}}{12 \text{ min}} > \frac{190 \text{ mots}}{12 \text{ min}}$.

- On calcule leurs quotients.

Ex. : 1) $\frac{50}{20} > \frac{60}{25}$, car $\frac{50}{20} = 2,5$ et $\frac{60}{25} = 2,4$. 2) $\frac{600 \text{ m}}{5 \text{ s}} < \frac{500 \text{ m}}{4 \text{ s}}$, car 120 m/s < 125 m/s.

Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Proportion

Une proportion correspond à l'égalité entre deux rapports ou deux taux.

Si le rapport de *a* à *b*, pour $b \neq 0$, est égal au rapport de *c* à *d*, pour $d \neq 0$,

alors $a : b = c : d$ ou $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ est une proportion.

Une proportion est formée de quatre termes. On donne le nom d'**extrêmes** aux premier et quatrième termes, et le nom de **moyens** aux deuxième et troisième termes.

Ex. : 1)

$$\underbrace{a : \overbrace{b = c}^{\text{Moyens}} : d}_{\text{Extrêmes}}$$

2)

$$\begin{array}{r} \text{Extrêmes} \\ \text{Moyens} \end{array} \; \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Situation de proportionnalité

Des situations mettant en relation deux variables dont les valeurs associées donnent lieu à des **rapports équivalents** ou à des **taux équivalents** sont appelées des **situations de proportionnalité** ou **situations de variation directe.**

Table de valeurs

Dans la table de valeurs d'une situation de proportionnalité où *x* est la première variable et *y* est la seconde variable :

- les valeurs de *y* sont obtenues en multipliant les valeurs de *x* par un même nombre appelé le **coefficient de proportionnalité**;
- pour $y \neq 0$, le rapport $\frac{x}{y}$ est constant et est appelé le **rapport de proportionnalité**;
- si l'une des variables est zéro, alors l'autre variable est aussi zéro.

Ex. : **Table de valeurs d'une situation de proportionnalité**

x	0	2	3	5	8
y	0	8	12	20	32

× 4 Coefficient de proportionnalité = $\boxed{4}$

Rapport de proportionnalité = $\frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{5}{20} = \frac{8}{32} = \boxed{\frac{1}{4}}$

Nom : ______________________________

Groupe : ________________ Date : __________

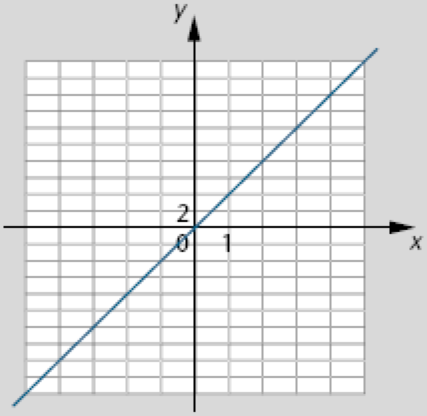
Calepin des savoirs **11.2**

Manuel de l'élève, p. 119

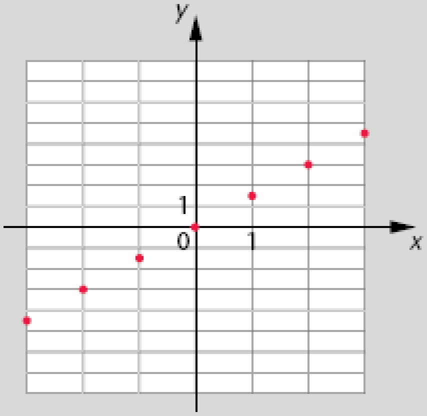
Représentation graphique

La **représentation graphique** d'une situation de proportionnalité comporte soit une droite oblique passant par l'origine du plan cartésien, soit des points appartenant à une droite oblique passant par l'origine.

Ex. : 1) Représentation graphique d'une situation de proportionnalité à l'aide d'une droite



2) Représentation graphique d'une situation de proportionnalité à l'aide de points



Situation inversement proportionnelle

Des situations mettant en relation deux variables dont le produit des valeurs associées est constant sont appelées des **situations inversement proportionnelles** ou **situations de variation inverse.**

TABLE DE VALEURS

Dans la table de valeurs d'une situation inversement proportionnelle où *x* est la première variable et *y* est la seconde variable, le produit *xy* est constant.

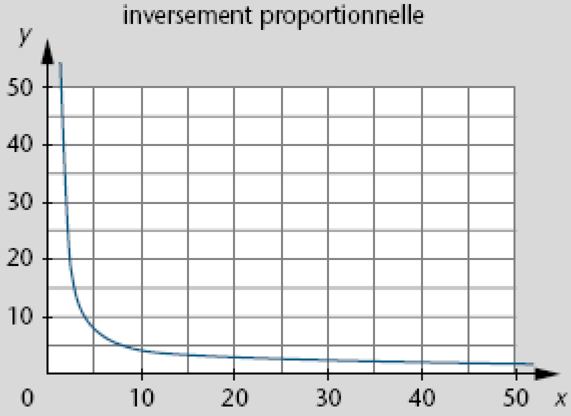
Ex. : Table de valeurs d'une situation inversement proportionnelle

x	y	
1	50	→ 1 × 50 = 50
2	25	→ 2 × 25 = 50
4	12,5	→ 4 × 12,5 = 50
5	10	→ 5 × 10 = 50
10	5	→ 10 × 5 = 50
20	2,5	→ 20 × 2,5 = 50
25	2	→ 25 × 2 = 50

REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

La représentation graphique d'une situation inversement proportionnelle montre une courbe ou des points appartenant à une courbe dont les extrémités tendent à s'approcher des axes sans y toucher.

Ex. : Représentation graphique d'une situation inversement proportionnelle



Nom : ____

Groupe : ________________________ Date : ______________

Calepin des savoirs 11.3

Manuel de l'élève, p. 128

Résolution d'une situation de proportionnalité

Il existe plusieurs stratégies pour résoudre les problèmes qui comportent une situation de proportionnalité. En voici quatre :

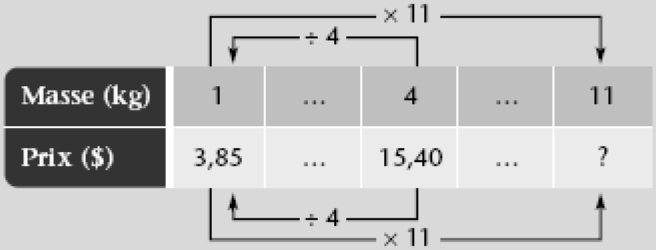
RETOUR À L'UNITÉ

Cette stratégie consiste à déterminer, à partir d'un rapport ou d'un taux déjà connu, le rapport ou le taux équivalent dont le numérateur ou le dénominateur est 1 qu'on utilise ensuite pour déduire les valeurs manquantes.

Ex. : On veut connaître le prix de 11 kg de bœuf haché, sachant que 4 kg coûtent 15,40 $.

On effectue le retour à l'unité en déterminant le prix de 1 kg de bœuf haché.

Bœuf haché



Masse (kg)	1	…	4	…	11
Prix ($)	3,85	…	15,40	…	?

On détermine la valeur manquante comme suit : 11 × 3,85 = 42,35. Le prix de 11 kg de bœuf haché est donc de 42,35 $.

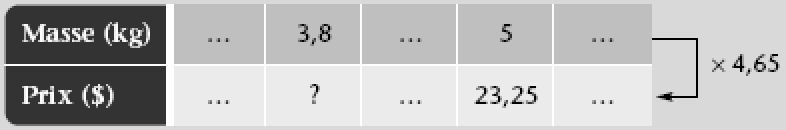
COEFFICIENT DE PROPORTIONNALITÉ

Cette stratégie consiste à déterminer, à partir d'un rapport ou d'un taux déjà connu, le coefficient de proportionnalité qu'on utilise ensuite pour déduire les valeurs manquantes.

Ex. : On veut connaître le prix d'une dinde surgelée de 3,8 kg, sachant qu'une dinde surgelée de 5 kg coûte 23,25 $.

On détermine le coefficient de proportionnalité en cherchant le nombre par lequel il faut multiplier 5 pour obtenir 23,25.

Dinde surgelée



Masse (kg)	…	3,8	…	5	…
Prix ($)	…	?	…	23,25	…

On détermine la valeur manquante comme suit : 3,8 × 4,65 = 17,67. Le prix d'une dinde surgelée de 3,8 kg est donc de 17,67 $.

Nom : ______________________________________

Groupe : ____________________ Date : ____________

FACTEUR DE CHANGEMENT

Cette stratégie consiste à déterminer, à partir d'un rapport ou d'un taux déjà connu, un rapport ou un taux équivalent en multipliant son numérateur et son dénominateur par un même nombre différent de zéro.

Ex. : On veut connaître le prix d'un jambon fumé de 7,5 kg, sachant qu'un jambon fumé de 2,5 kg coûte 6,45 $.

On détermine le facteur de changement permettant de passer de 2,5 à 7,5.

Jambon fumé

× 3

Masse (kg)	…	2,5	…	7,5	…
Prix ($)	…	6,45	…	?	…

× 3

On détermine la valeur manquante comme suit : 6,45 × 3 = 19,35. Le prix d'un jambon fumé de 7,5 kg est donc de 19,35 $.

PRODUIT DES EXTRÊMES ET PRODUIT DES MOYENS

Dans une proportion, le produit des extrêmes égale le produit des moyens.
On peut donc déterminer, à partir de trois des quatre termes d'une proportion, la valeur du terme manquant.

Ex. : On veut connaître le prix d'un poulet de 3,7 kg, sachant qu'un poulet de 1,4 kg coûte 11,06 $.

Poulet

Masse (kg)	…	1,4	…	3,7	…
Prix ($)	…	11,06	…	?	…

On détermine la valeur manquante dans la proportion $\frac{1,4}{11,06} = \frac{3,7}{?}$ comme suit :

$1,4 \times ? = 11,06 \times 3,7$
$1,4 \times ? = 40,922$
$? = 40,922 \div 1,4$
$? = 29,23$

Le prix d'un poulet de 3,7 kg est donc de 29,23 $.

Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Homothétie

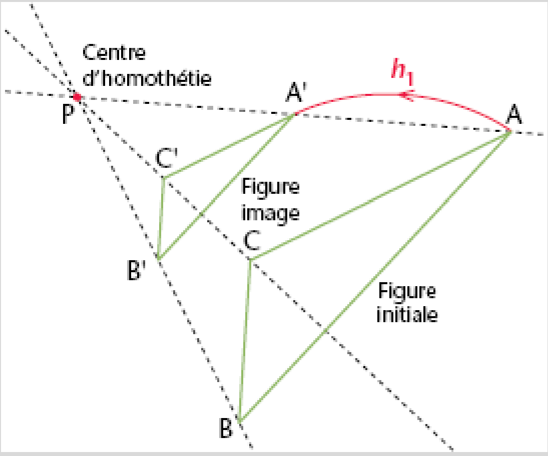
L'**homothétie** est une **transformation géométrique** qui permet d'associer, à toute figure initiale, une figure image selon un **point fixe,** nommé **centre d'homothétie,** et un **rapport**, nommé **rapport d'homothétie.**

- On utilise le symbole ***h*** pour désigner une homothétie.
- Dans une homothétie, l'image d'un point est située sur la droite passant par ce point et le centre d'homothétie.
- Lorsqu'un point A et son image A' sont situés du même côté du centre d'homothétie P, le rapport d'homothétie correspond à :

$$\frac{\text{distance du centre d'homothétie P au point image A'}}{\text{distance du centre d'homothétie P au point initial A}} = \frac{m\,\overline{PA'}}{m\,\overline{PA}}.$$

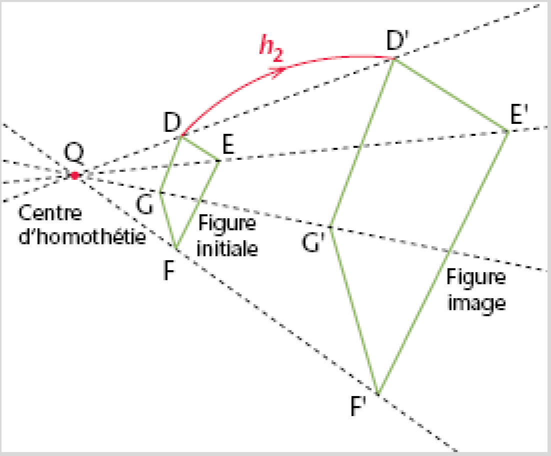
Ex. :

1) Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par l'homothétie h_1 de centre P et de rapport 0,5.



$$\frac{m\,\overline{PA'}}{m\,\overline{PA}} = \frac{m\,\overline{PB'}}{m\,\overline{PB}} = \frac{m\,\overline{PC'}}{m\,\overline{PC}} = 0{,}5$$

2) Le quadrilatère D'E'F'G' est l'image du quadrilatère DEFG par l'homothétie h_2 de centre Q et de rapport 3.



$$\frac{m\,\overline{QD'}}{m\,\overline{QD}} = \frac{m\,\overline{QE'}}{m\,\overline{QE}} = \frac{m\,\overline{QF'}}{m\,\overline{QF}} = \frac{m\,\overline{QG'}}{m\,\overline{QG}} = 3$$

Lorsque le **rapport d'homothétie** est :

- **compris entre 0 et 1,** la figure image correspond à une **réduction** de la figure initiale.
- **égal à 1,** la figure image est **isométrique** à la figure initiale.
- **supérieur à 1,** la figure image correspond à un **agrandissement** de la figure initiale.

L'homothétie est une transformation qui permet d'obtenir des figures ayant :

- des **angles homologues isométriques** ;
- des **côtés homologues parallèles** ;
- des **mesures de côtés homologues proportionnelles.**

Pour tracer l'image d'une figure par une homothétie, voir l'« *Album* », page 233.

Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Calepin des savoirs 11.5

Manuel de l'élève, p. 148

Figures semblables

Deux **figures sont semblables** si l'une est un **agrandissement,** une **réduction** ou la **reproduction exacte** de l'autre. Par exemple, les homothéties et les reproductions à l'échelle font intervenir des figures semblables.

Dans deux figures semblables :

- les **angles homologues** sont **isométriques** ;
- les **mesures des côtés homologues** sont **proportionnelles.**

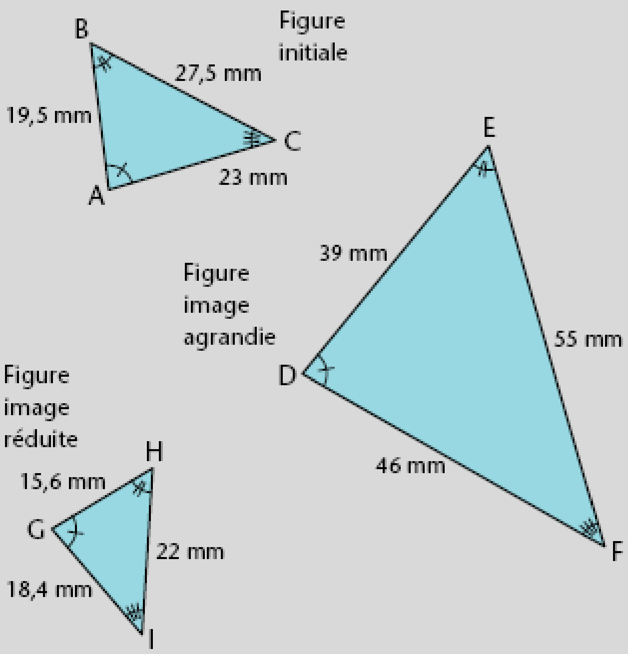
Le rapport des mesures des côtés homologues de deux figures semblables est appelé **rapport de similitude** et s'exprime sous la forme suivante.

$$\text{Rapport de similitude} = \frac{\text{mesure d'un côté de la figure image}}{\text{mesure du côté homologue de la figure initiale}}$$

Lorsque le rapport de similitude est :

- **compris entre 0 et 1,** la figure image est une **réduction** de la figure initiale ;
- **égal à 1,** la figure image est une **reproduction exacte** de la figure initiale ;
- **supérieur à 1,** la figure image est un **agrandissement** de la figure initiale.

Ex. : Les triangles ABC, DEF et GHI sont semblables.



Le Δ DEF est un agrandissement du Δ ABC.

$$\text{Rapport de similitude} = \frac{m\ \overline{DE}}{m\ \overline{AB}} = \frac{m\ \overline{EF}}{m\ \overline{BC}} = \frac{m\ \overline{DF}}{m\ \overline{AC}}$$

$$= \frac{39}{19{,}5} = \frac{55}{27{,}5} = \frac{46}{23}$$

$$= 2$$

Le Δ GHI est une réduction du Δ ABC.

$$\text{Rapport de similitude} = \frac{m\ \overline{GH}}{m\ \overline{AB}} = \frac{m\ \overline{HI}}{m\ \overline{BC}} = \frac{m\ \overline{GI}}{m\ \overline{AC}}$$

$$= \frac{15{,}6}{19{,}5} = \frac{22}{27{,}5} = \frac{18{,}4}{23}$$

$$= 0{,}8$$

Le symbole « ~ » signifie « est semblable à ». Par exemple, pour indiquer que les triangles ABC et DEF sont semblables, on écrit Δ ABC ~ Δ DEF.

Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : ______________

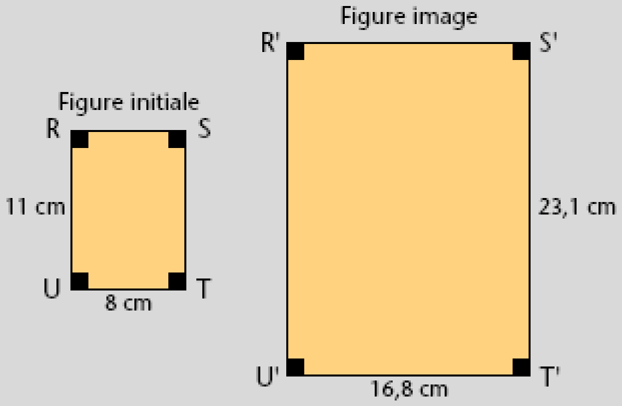
Calepin des savoirs 11.5

Manuel de l'élève, p. 149

Dans deux figures semblables :

- le rapport de leurs périmètres est égal au rapport de similitude ;
- le rapport de leurs aires est égal au carré du rapport de similitude.

Ex. : Soit RSTU ~ R'S'T'U'.



$$\text{Rapport de similitude} = \frac{\text{mesure d'un côté de la figure image}}{\text{mesure du côté homologue de la figure initiale}} = \frac{16,8}{8} = \frac{23,1}{11} = 2,1$$

$$\frac{\text{périmètre du rectangle R'S'T'U'}}{\text{périmètre du rectangle RSTU}} = \frac{2 \times 16,8 + 2 \times 23,1}{2 \times 8 + 2 \times 11} = \frac{79,8}{38} = 2,1$$

$$\frac{\text{aire du rectangle R'S'T'U'}}{\text{aire du rectangle RSTU}} = \frac{16,8 \times 23,1}{8 \times 11} = \frac{338,08}{88} = 4,41, \text{ ce qui correspond à } 2,1^2.$$

Les **reproductions à l'échelle,** comme les plans, les cartes et les modèles, font intervenir la notion d'agrandissement ou la notion de réduction. L'**échelle** permet de comparer les dimensions d'une reproduction avec les dimensions de la figure initiale. L'échelle s'exprime de différentes façons.

Type d'échelle	Linéaire	Rapport	Correspondance	Taux
Ex. :	0 ▭ 500 km	1 : 150	2 cm ≙ 7 km	$\frac{3\text{ cm}}{10\text{ m}}$
Explication	Une longueur de 2 cm sur le plan, la carte ou le modèle équivaut à 500 km dans la réalité.	Une unité de longueur sur le plan, la carte ou le modèle équivaut à 150 unités de la même longueur dans la réalité.	Une longueur de 2 cm sur le plan, la carte ou le modèle correspond à 7 km dans la réalité. Le symbole « ≙ » signifie « correspond à ».	Une longueur de 3 cm sur le plan, la carte ou le modèle équivaut à 10 m dans la réalité.

Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Calepin des savoirs 12.1

Manuel de l'élève, p. 173

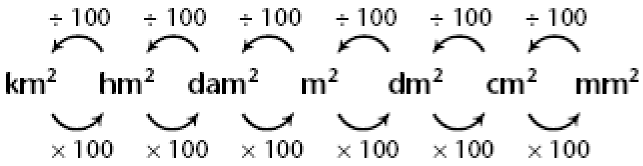
Relations entre les unités d'aire du système international d'unités

Une mesure est toujours formée d'un nombre et d'une unité. **Le mètre carré est l'unité d'aire de base du système international d'unités (SI).**

Nom de l'unité d'aire	kilomètre carré	hectomètre carré	décamètre carré	mètre carré	décimètre carré	centimètre carré	millimètre carré
Symbole	km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
Valeur exprimée en mètres carrés	1 000 000 m^2	10 000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000 001 m^2

On remplace parfois l'unité *hectomètre carré* (hm^2) par *hectare* (*ha*).

Dans la représentation ci-dessous, chaque unité d'aire a une valeur qui est 100 fois plus élevée que la valeur de l'unité immédiatement à sa droite et 100 fois plus petite que la valeur de l'unité immédiatement à sa gauche.



Ex. : 1) $12\ m^2 = 1200\ dm^2$, car il y a 100 dm^2 dans 1 m^2.

2) $23{,}4\ mm^2 = 0{,}234\ cm^2$, car il y a 0,01 cm^2 dans 1 mm^2.

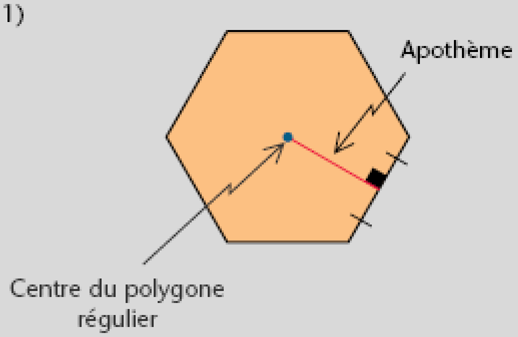
3) $65{,}1\ hm^2 = 65\ 100\ 000\ dm^2$, car il y a 1 000 000 dm^2 dans 1 hm^2.

Exprimer l'aire d'une figure à l'aide de différentes unités de mesure, c'est écrire **la même aire** sous **différentes formes.** Le nombre qui exprime l'aire dépend de l'unité de mesure utilisée.

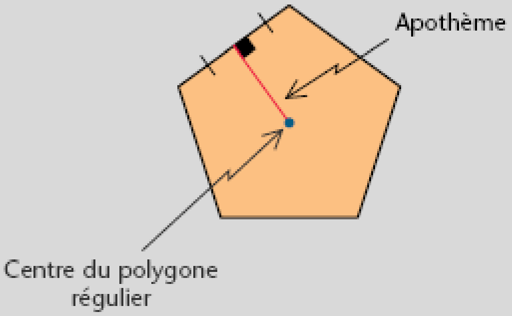
Apothème d'un polygone régulier

L'apothème d'un polygone régulier est le segment perpendiculaire ou la mesure du segment perpendiculaire mené du centre d'un polygone régulier au milieu d'un des côtés de ce polygone.

Ex. : 1)



2)



Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : ______________

Aire d'un polygone régulier

Il existe plusieurs façons de calculer l'aire d'un polygone régulier. En voici deux :

1) Première méthode

$$\begin{pmatrix}\text{Aire d'un}\\ \text{polygone}\\ \text{régulier}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{aire}\\ \text{d'un triangle}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\text{nombre de côtés}\\ \text{du polygone}\end{pmatrix}$$

$$= \frac{c \times a}{2} \times n$$

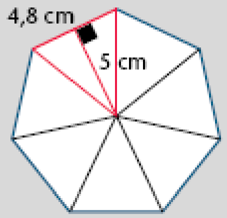
2) Deuxième méthode

$$\begin{pmatrix}\text{Aire d'un}\\ \text{polygone}\\ \text{régulier}\end{pmatrix} = \frac{(\text{périmètre du polygone}) \times (\text{apothème})}{2}$$

$$= \frac{c \times n \times a}{2}$$

où c représente la mesure d'un des côtés du polygone, a, l'apothème du polygone, et n, le nombre de côtés du polygone.

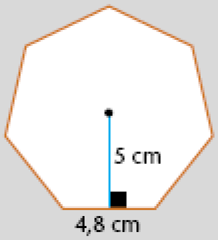
Ex. :



On peut toujours décomposer un polygone régulier en un nombre de triangles isocèles isométriques égal au nombre de côtés de ce polygone.

$$\text{Aire d'un heptagone régulier} = \frac{4{,}8 \times 5}{2} \times 7 = 84\ \text{cm}^2$$

Ex. :



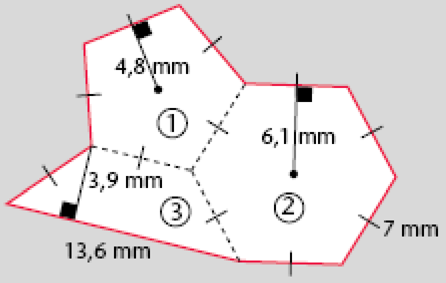
$$\text{Aire d'un heptagone régulier} = \frac{4{,}8 \times 7 \times 5}{2} = 84\ \text{cm}^2$$

Aire d'un polygone décomposable

Pour calculer l'aire d'un polygone décomposable, on le décompose en polygones plus simples ou on procède par soustraction d'aires, selon les données du problème.

Ex. :

1) Décomposition



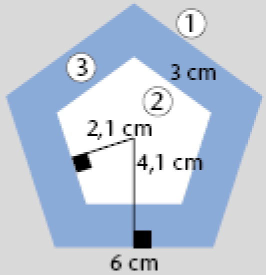
❶ Aire du pentagone régulier $= \frac{7 \times 4{,}8}{2} \times 5 = 84\ \text{mm}^2$

❷ Aire de l'hexagone régulier $= \frac{7 \times 6{,}1}{2} \times 6 = 128{,}1\ \text{mm}^2$

❸ Aire du trapèze isocèle $= \frac{(13{,}6 + 7) \times 3{,}9}{2} = 40{,}17\ \text{mm}^2$

Aire du polygone $= 84 + 128{,}1 + 40{,}17 = 252{,}27\ \text{mm}^2$

2) Soustraction d'aires



❶ Aire du grand pentagone régulier $= \frac{6 \times 4{,}1}{2} \times 5 = 61{,}5\ \text{cm}^2$

❷ Aire du petit pentagone régulier $= \frac{3 \times 2{,}1}{2} \times 5 = 15{,}75\ \text{cm}^2$

❸ Aire de la région colorée $= 61{,}5 - 15{,}75 = 45{,}75\ \text{cm}^2$

Nom : ____

Groupe : ____________________ Date : ____________

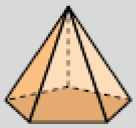
Calepin des savoirs 12.2

Manuel de l'élève, p. 182

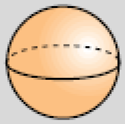
Solide

Un solide est une portion d'espace limitée par une surface fermée.

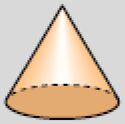
Ex. : 1)



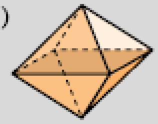
2)



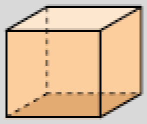
3)



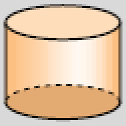
4)



5)



6)



On peut décrire un solide à l'aide de faces, d'arêtes et de sommets.

Face

Une face est une surface plane ou courbe délimitée par des arêtes.

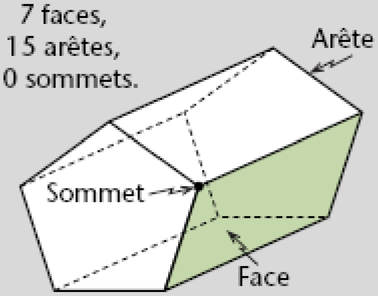
Arête

Une arête est la ligne d'intersection entre deux faces d'un solide.

Sommet

Un sommet est un point commun à au moins deux arêtes d'un solide.

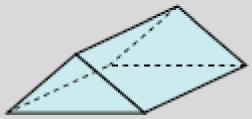
Ex. : Ce solide a
7 faces,
15 arêtes,
10 sommets.



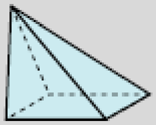
Polyèdre

Un polyèdre est un solide limité par des faces planes qui sont des polygones.

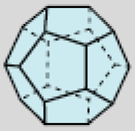
Ex. : 1)



2)



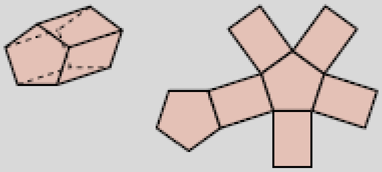
3)



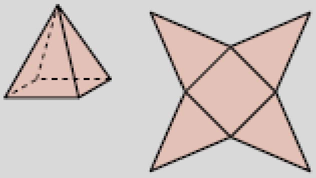
Développement d'un polyèdre

Le développement d'un polyèdre est la figure plane obtenue par la « mise à plat » de la surface du polyèdre. Dans le développement d'un polyèdre, chacune des faces doit être reliée à au moins une autre face par une arête commune.

Ex. : 1) Voici un développement possible de ce prisme droit à base pentagonale :



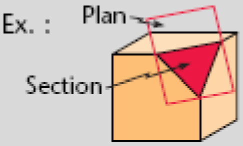
2) Voici un développement possible de cette pyramide droite à base carrée :



Section d'un solide

Une section d'un solide est la face obtenue par un plan qui coupe ce solide.

Ex. :



La section obtenue par l'intersection de ce plan et du cube est un triangle.

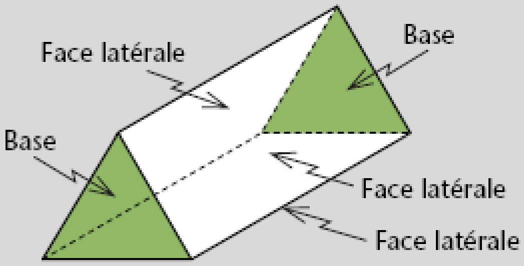
Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Prisme

Un prisme est un polyèdre ayant deux faces isométriques et parallèles, appelées **bases.** Les parallélogrammes qui relient ces deux bases sont appelés **faces latérales.**

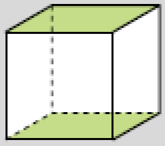
Ex. :



Un prisme a toujours autant de faces latérales que le polygone formant sa base a de côtés.

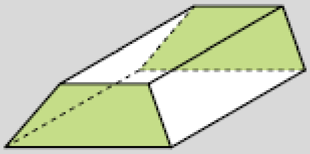
On identifie un prisme selon la forme de sa base.

Ex. : 1)



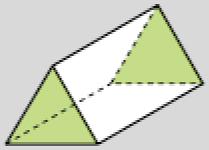
Prisme à base carrée

2)



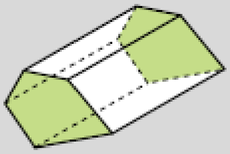
Prisme à base trapézoïdale

3)



Prisme à base triangulaire

4)

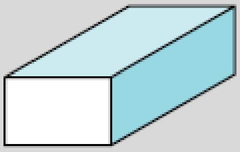


Prisme à base pentagonale

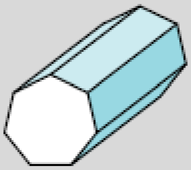
Prisme droit

Un prisme droit est un prisme dont les faces latérales sont des rectangles.

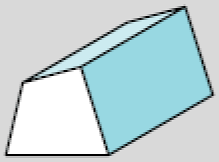
Ex. : 1)



2)



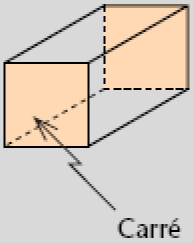
3)



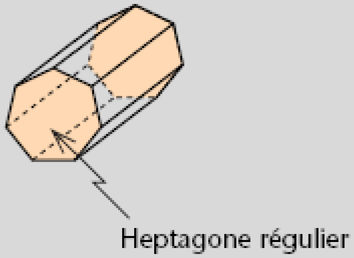
Prisme régulier

Un prisme régulier est un prisme droit dont la base est un polygone régulier.

Ex. : 1)



2)



Dans un prisme régulier, les faces latérales sont des rectangles isométriques.

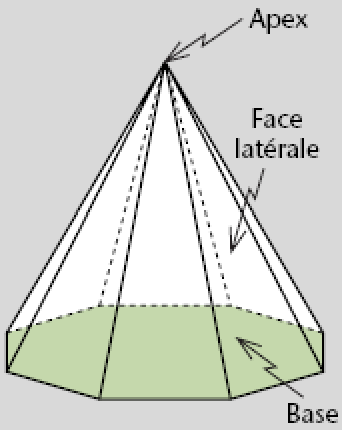
Nom : ______________________________

Groupe : ____________________ Date : ____________

Pyramide

Une pyramide est un polyèdre constitué d'une seule base ayant la forme d'un polygone et dont les faces latérales sont des triangles ayant un sommet commun, appelé **apex.**

Ex. :

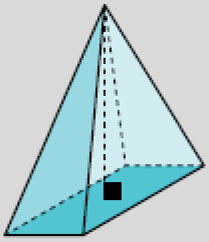


Tout comme pour les prismes, on identifie une pyramide selon la forme de sa base. Dans l'exemple ci-contre, il s'agit d'une pyramide à base octogonale.

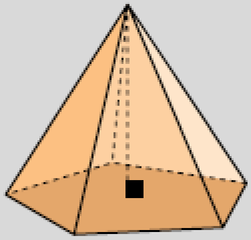
Pyramide droite

Une pyramide droite est une pyramide dont le segment abaissé depuis l'apex, perpendiculairement à la base, arrive au centre du polygone formant cette base.

Ex. : 1)



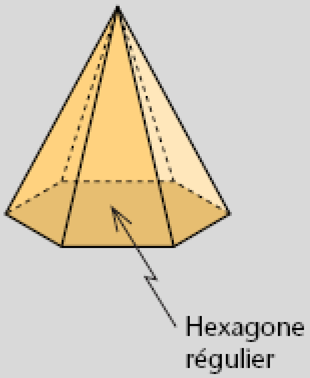
2)



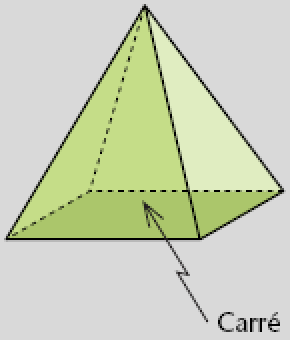
Pyramide régulière

Une pyramide régulière est une pyramide droite dont la base est un polygone régulier.

Ex. : 1)



2)



Dans une pyramide régulière, les faces latérales sont des triangles isocèles isométriques.

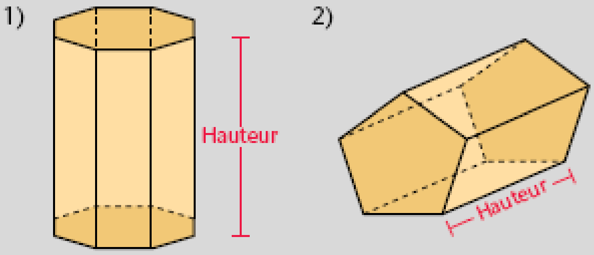
Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Hauteur

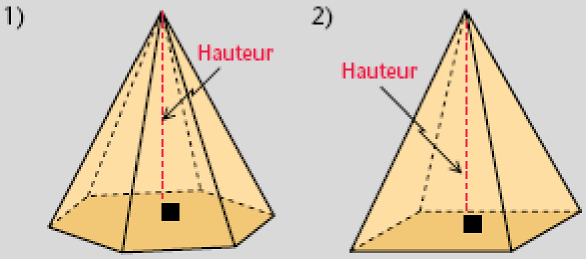
La **hauteur d'un prisme droit** est la distance entre les deux bases du prisme.

Ex. :



La **hauteur d'une pyramide droite** est la distance entre l'apex et la base de la pyramide.

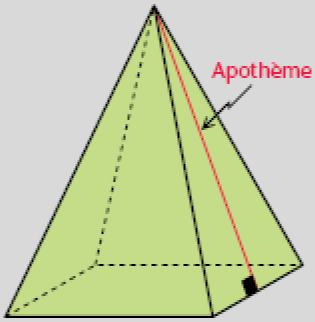
Ex. :



Apothème d'une pyramide régulière

L'apothème d'une pyramide régulière est le segment abaissé perpendiculairement de l'apex sur un des côtés du polygone formant la base de cette pyramide. Il correspond à la hauteur du triangle formant une face latérale.

Ex. :



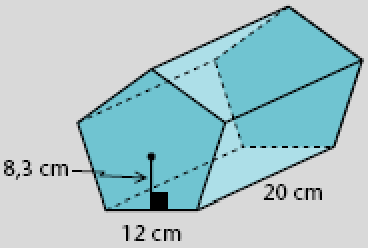
Les faces latérales d'une pyramide régulière sont des triangles isocèles. L'apothème arrive donc au milieu du côté du polygone formant la base.

Aire de la base

Prisme

L'aire des bases d'un prisme est l'aire des deux polygones isométriques et parallèles de ce prisme.

Ex. : Prisme régulier à base pentagonale



Aire de la base pentagonale $= \dfrac{12 \times 8,3}{2} \times 5$

$= 249 \text{ cm}^2$

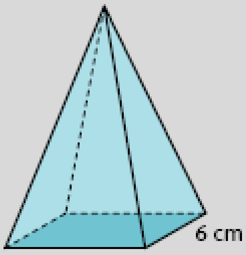
Aire des bases $= 249 \times 2$

$= 498 \text{ cm}^2$

Pyramide

L'aire de la base d'une pyramide est l'aire du polygone formant la base de cette pyramide.

Ex. : Pyramide à base carrée



Aire de la base carrée $= 6 \times 6$

$= 36 \text{ cm}^2$

Nom : ______________________________

Groupe : ____________________ Date : ____________

Aire latérale

Aire latérale d'un prisme

L'aire latérale d'un prisme est la mesure de la surface d'un prisme à l'exception des deux bases. Dans un prisme droit, les faces latérales sont des rectangles.

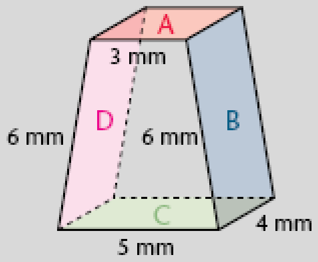
Il existe plusieurs façons de calculer l'aire latérale d'un prisme. En voici deux :

$$\left(\begin{array}{c}\text{Aire latérale}\\ \text{d'un prisme}\\ \text{droit}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{c}\text{somme des aires}\\ \text{de chacun des rectangles}\\ \text{formant les faces latérales}\end{array}\right)$$

OU

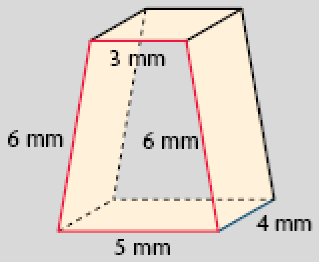
$$\left(\begin{array}{c}\text{Aire latérale}\\ \text{d'un prisme droit}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{c}\text{périmètre}\\ \text{de la base}\end{array}\right) \times (\text{hauteur})$$

Ex. : Prisme dont la base est un trapèze.



$$\begin{aligned}\text{Aire latérale} &= A + B + C + D\\ &= 3 \times 4 + 6 \times 4 + 5 \times 4 + 6 \times 4\\ &= 12 + 24 + 20 + 24\\ &= 80\ \text{mm}^2\end{aligned}$$

Ex. : Prisme dont la base est un trapèze.



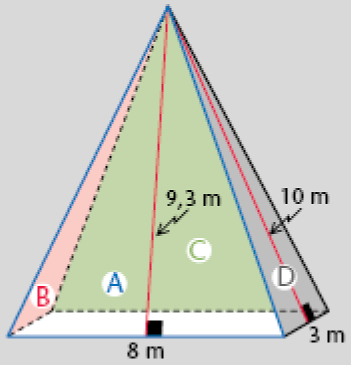
$$\begin{aligned}\text{Aire latérale} &= (3 + 6 + 5 + 6) \times 4\\ &= 20 \times 4\\ &= 80\ \text{mm}^2\end{aligned}$$

Aire latérale d'une pyramide

L'aire latérale d'une pyramide est la mesure de la surface d'une pyramide à l'exception de la base. Dans une pyramide, les faces latérales sont des triangles.

$$\left(\begin{array}{c}\text{Aire latérale}\\ \text{d'une pyramide}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{c}\text{somme des aires de chacun des triangles}\\ \text{formant les faces latérales}\end{array}\right)$$

Ex. : Pyramide à base rectangulaire



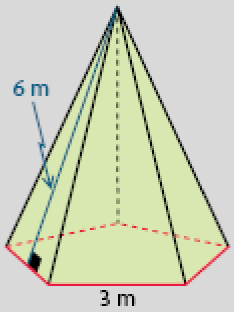
$$\begin{aligned}\text{Aire latérale} &= A + B + C + D\\ &= \frac{8 \times 9{,}3}{2} + \frac{3 \times 10}{2} + \frac{8 \times 9{,}3}{2} + \frac{3 \times 10}{2}\\ &= 37{,}2 + 15 + 37{,}2 + 15\\ &= 104{,}4\ \text{m}^2\end{aligned}$$

Si la pyramide est régulière, on peut également calculer l'aire latérale à l'aide de la formule suivante.

$$\left(\begin{array}{c}\text{Aire latérale}\\ \text{d'une pyramide régulière}\end{array}\right) = \frac{(\text{périmètre de la base}) \times (\text{apothème})}{2}$$

Ex. : Pyramide régulière à base pentagonale

$$\text{Aire latérale} = \frac{3 \times 5 \times 6}{2} = 45 \text{ m}^2$$



Aire totale

L'aire totale d'un prisme ou d'une pyramide correspond à la somme de l'aire de la ou des bases et de l'aire latérale, c'est-à-dire à la somme des aires de toutes ses faces.

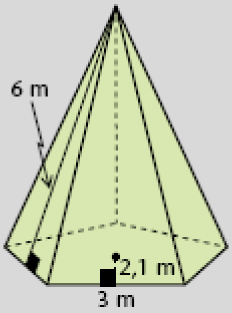
$$(\text{Aire totale}) = (\text{aire de la ou des bases}) + (\text{aire latérale})$$

Ex. : $\left(\begin{array}{c}\text{Aire totale de la pyramide}\\ \text{régulière à base pentagonale}\end{array}\right) = (\text{aire de la base}) + (\text{aire latérale})$

$$= \frac{3 \times 2{,}1}{2} \times 5 + \frac{3 \times 6}{2} \times 5$$

$$= 15{,}75 + 45$$

$$= 60{,}75 \text{ m}^2$$



Aire d'un solide décomposable

Pour calculer l'aire d'un solide décomposable, on peut le décomposer en solides plus simples.

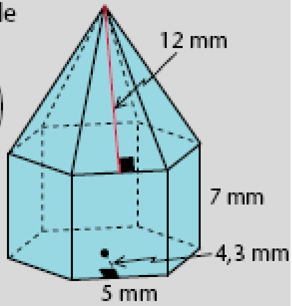
Ex. : Le solide ci-contre est décomposable en un prisme régulier à base hexagonale et en une pyramide régulière à base hexagonale.

$$\left(\begin{array}{c}\text{Aire totale du solide}\\ \text{décomposable}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{c}\text{aire d'une base}\\ \text{du prisme}\end{array}\right) + \left(\begin{array}{c}\text{aire latérale}\\ \text{du prisme}\end{array}\right) + \left(\begin{array}{c}\text{aire latérale de}\\ \text{la pyramide}\end{array}\right)$$

$$= \frac{5 \times 4{,}3}{2} \times 6 \quad + \quad 5 \times 7 \times 6 \quad + \quad \frac{5 \times 12}{2} \times 6$$

$$= 64{,}5 \quad + \quad 210 \quad + \quad 180$$

$$= 454{,}5 \text{ mm}^2$$



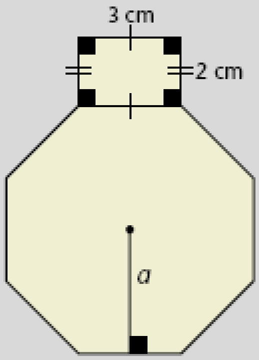
Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Déterminer une mesure manquante

Pour déterminer une mesure manquante dans une formule d'aire, on peut utiliser la méthode des opérations inverses ou la méthode du recouvrement.

Ex. : 1) L'aire de la figure ci-contre est de 49,2 cm^2. Pour déterminer la mesure a de l'apothème de l'octogone régulier, il faut résoudre l'équation $\frac{3 \times a}{2} \times 8 + 3 \times 2 = 49,2$.
En simplifiant le membre de gauche dans cette équation, on obtient $12a + 6 = 49,2$.



Pour déterminer la valeur de a on peut :

- appliquer la méthode des opérations inverses;

a	→	× 12	→	+ 6	=	49,2
3,6	=	÷ 12	←	− 6	←	49,2

- appliquer la méthode du recouvrement.

$12a + 6 = 49,2$

$12a = 43,2$

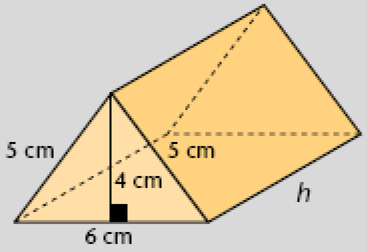
$a = 3,6$

On valide la solution en effectuant $\frac{3 \times 3,6}{2} \times 8 + 3 \times 2 = 49,2$ ou $12 \times 3,6 + 6 = 49,2$

La mesure de l'apothème de l'octogone régulier est donc de 3,6 cm.

Ex. : 2) L'aire totale du prisme à base triangulaire illustré ci-contre est de 139,2 cm^2. Pour déterminer la mesure h de la hauteur du prisme, il faut résoudre l'équation $A_B + A_L = 139,2$, où A_B représente l'aire des bases et A_L, l'aire latérale du prisme.

D'après les données, on obtient $A_B = \frac{6 \times 4}{2} \times 2 = 24$ et $A_L = 5h + 5h + 6h = 16h$.



L'équation à résoudre est donc $24 + 16h = 139,2$.
Pour déterminer la valeur de h on peut :

- appliquer la méthode des opérations inverses;

h	→	× 16	→	+ 24	=	139,2
7,2	=	÷ 16	←	− 24	←	139,2

- appliquer la méthode du recouvrement.

$24 + 16h = 139,2$

$16h = 115,2$

$h = 7,2$

On valide la solution en effectuant $\frac{6 \times 4}{2} \times 2 + 16 \times 7,2 = 139,2$ ou $24 + 16 \times 7,2 = 139,2$.

La mesure de la hauteur du prisme est donc de 7,2 cm.

Nom : ______________________________

Groupe : __________________ Date : ____________

Calepin des savoirs 13.1

Manuel de l'élève, p. 9

Équation

Une **équation** est un énoncé mathématique comportant une ou des variables et une relation d'égalité.

Ex. : 1) $4x - 8 = 4$ 2) $142 - 28x = 12x + 73$ 3) $4a + b = 8$

Construction d'une expression algébrique ou d'une équation

Dans un problème, on utilise parfois des expressions algébriques ou des équations pour déterminer la solution. On procède alors de la façon suivante.

1. Identifier la ou les inconnues, c'est-à-dire les éléments dont on cherche la valeur.	**Exemple** La somme de l'âge de Claude et de l'âge de Jean est 52 ans. Jean a 10 ans de plus que le double de l'âge de Claude. Détermine l'âge de Claude et celui de Jean. Les inconnues sont : • l'âge de Claude ; • l'âge de Jean.
2. Représenter chaque inconnue par une variable ou une expression algébrique. Quand une situation comporte plus d'une inconnue, on identifie par une variable celle pour laquelle on a le moins d'informations. On exprime ensuite les autres inconnues à l'aide d'une expression algébrique utilisant cette même variable.	Âge de Claude : x Âge de Jean : $10 + 2x$
3. Construire une équation traduisant la situation. On pose l'équation en utilisant les informations contenues dans la situation. On peut ensuite résoudre l'équation et donner la solution en tenant compte du contexte.	(âge de Claude) + (âge de Jean) = 52 $x + 10 + 2x = 52$ $3x + 10 = 52$ On déduit que $x = 14$. Claude a 14 ans et Jean, 38 ans.

Nom : ____

Groupe : ________________________ Date : ______________

Calepin des savoirs 13.1

Manuel de l'élève, p. 10

Résolution d'équations

Il existe différentes façons de résoudre une équation. Par exemple, on peut utiliser la méthode par essais et erreurs, la méthode des opérations inverses ou la méthode du recouvrement.

1) Essais et erreurs

Ex. : Voici comment appliquer la méthode par essais et erreurs pour résoudre l'équation $\frac{3x}{2} = 9$.

Premier essai : $x = 4$	**Deuxième essai : $x = 10$**	**Troisième essai : $x = 6$**
$\frac{3 \times \mathbf{4}}{2} = 6$	$\frac{3 \times \mathbf{10}}{2} = 15$	$\frac{3 \times \mathbf{6}}{2} = 9$
Puisque $6 < 9$, on en déduit que la solution est supérieure à 4.	Puisque $15 > 9$, on en déduit que la solution est inférieure à 10.	Puisque $9 = 9$, on en déduit que la solution est 6.

On valide la solution en substituant 6 à x dans l'équation de départ : $\frac{3 \times 6}{2} = 9$.

2) Opérations inverses

Ex. : Voici comment appliquer la méthode des opérations inverses pour résoudre l'équation $6x - 5 = 19$.

$$\boxed{x} \longrightarrow \boxed{\times 6} \longrightarrow \boxed{-5} = \boxed{19}$$

$$\boxed{4} = \boxed{\div 6} \longleftarrow \boxed{+5} \longleftarrow \boxed{19}$$

On valide la solution en substituant 4 à x dans l'équation de départ : $6 \times 4 - 5 = 19$.

3) Recouvrement

Ex. : Voici comment appliquer la méthode du recouvrement pour résoudre l'équation $32 + \frac{5x}{3} = 42$.

En recouvrant la partie de l'addition dont on ne connaît pas la valeur…	$32 + \boxed{\frac{5x}{3}} = 42$	… on peut déduire qu'elle vaut 10, car $32 + 10 = 42$.
En recouvrant la partie de la division dont on ne connaît pas la valeur…	$\frac{\boxed{5x}}{3} = 10$	… on peut déduire qu'elle vaut 30, car $30 \div 3 = 10$.
En recouvrant la partie de la multiplication dont on ne connaît pas la valeur…	$5\boxed{x} = 30$	… on peut déduire qu'elle vaut 6, car $5 \times 6 = 30$.
La solution est donc :	$x = 6$	

On valide la solution en substituant 6 à x dans l'équation de départ : $32 + \frac{5 \times 6}{3} = 42$.

Nom : ______________________________

Groupe : ____________________ Date : ____________

Calepin des savoirs 13.2

Manuel de l'élève, p. 18

Équations équivalentes

Des équations sont équivalentes si elles ont la ou les mêmes solutions.

Ex. :

$2x = 14$	$5x = 3x + 14$	$5x - 8 = 3x + 6$

sont des équations équivalentes, car 7 est la solution de chacune de ces équations.

Validation :

$2x = 14$	$5x = 3x + 14$	$5x - 8 = 3x + 6$
$2 \times 7 = 14$	$5 \times 7 = 3 \times 7 + 14$	$5 \times 7 - 8 = 3 \times 7 + 6$
$14 = 14$	$35 = 21 + 14$	$35 - 8 = 21 + 6$
	$35 = 35$	$27 = 27$

Règles de transformation des équations

Les règles de transformation des équations permettent d'obtenir des équations équivalentes.

On conserve la ou les solutions d'une équation :

- en additionnant le même nombre aux deux membres de l'équation.
  La règle d'addition est :

  Si $ax + b = c$, alors $ax + b + n = c + n$.

- en soustrayant le même nombre des deux membres de l'équation.
  La règle de soustraction est :

  Si $ax + b = c$, alors $ax + b - n = c - n$.

- en multipliant les deux membres de l'équation par un même nombre différent de 0.
  La règle de multiplication est :

  Si $ax + b = c$, et $n \neq 0$, alors $n(ax + b) = nc$.

- en divisant les deux membres de l'équation par un même nombre différent de 0.
  La règle de division est :

  Si $ax + b = c$, et $n \neq 0$, alors $(ax + b) \div n = c \div n$.

Exemples d'équations équivalentes

$$\begin{tikzcd}2x + 5 = 6 \arrow[dr, bend left] & \\ & 2x + 5 + 3 = 6 + 3 \arrow[dl, bend left] \\ 2x + 8 = 9 & \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}5x + 6 = 16 \arrow[dr, bend left] & \\ & 5x + 6 - 4 = 16 - 4 \arrow[dl, bend left] \\ 5x + 2 = 12 & \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}3x - 2 = -16 \arrow[dr, bend left] & \\ & 5 \cdot \times (3x - 2) = 5 \cdot \times -16 \arrow[dl, bend left] \\ 15x - 10 = -80 & \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}4 - 14x = 3 \arrow[dr, bend left] & \\ & (4 - 14x) \div 2 = 3 \div 2 \arrow[dl, bend left] \\ 2 - 7x = 1{,}5 & \end{tikzcd}$$

Nom : ______________________________

Groupe : ____________________ Date : ____________

Calepin des savoirs 13.2

Manuel de l'élève, p. 19

Résolution d'une équation à l'aide de la méthode de la balance

La méthode de la balance consiste à transformer une équation à l'aide des règles de transformation des équations dans le but d'obtenir la solution, c'est-à-dire la ou les valeurs de la variable qui vérifient l'équation donnée.

Ex. : 1)

$$\begin{aligned} 5x + 43 &= 62 \\ 5x + 43 - 43 &= 62 - 43 \\ 5x &= 19 \\ \frac{5x}{5} &= \frac{19}{5} \\ x &= \frac{19}{5} \text{ ou } 3{,}8 \end{aligned}$$

On valide la solution en effectuant :

$$\begin{aligned} 5 \times 3{,}8 + 43 &= 62 \\ 62 &= 62 \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} 9x + 8 &= 2x - 13 \\ 9x + 8 - 2x &= 2x - 13 - 2x \\ 7x + 8 &= \text{-}13 \\ 7x + 8 - 8 &= \text{-}13 - 8 \\ 7x &= \text{-}21 \\ \frac{7x}{7} &= \frac{\text{-}21}{7} \\ x &= \text{-}3 \end{aligned}$$

On valide la solution en effectuant :

$$\begin{aligned} 9 \times \text{-}3 + 8 &= 2 \times \text{-}3 - 13 \\ \text{-}19 &= \text{-}19 \end{aligned}$$

Nom : ____

Groupe : ________________________ Date : ______________

Calepin des savoirs 13.3

Manuel de l'élève, p. 26

Choix d'une méthode de résolution d'équations adaptée à la situation

Il existe différentes méthodes pour résoudre des équations :

- la méthode par essais et erreurs ;
- la méthode des opérations inverses ;
- la méthode du recouvrement;
- la méthode de la balance.

Le choix de la méthode dépend de la forme de l'équation à résoudre. Dans certains cas, plusieurs méthodes peuvent convenir alors que dans d'autres, une méthode peut être plus efficace que les autres.

Ex. : Choix d'une méthode de résolution d'équations appropriée

1) L'équation $3^{x+2} - 4 = 23$ peut être résolue à l'aide de la méthode par essais et erreurs.
La solution est $x = 1$.

2) L'équation $6x - 3 = 225$ peut être résolue à l'aide de la méthode des opérations inverses.
La solution est $x = 38$.

3) L'équation $\frac{9(x+1)}{3} = 18$ peut être résolue à l'aide de la méthode du recouvrement.
La solution est $x = 5$.

4) L'équation $-3x + 6 = -x - 7$ peut être résolue à l'aide de la méthode de la balance.
La solution est $x = 6{,}5$.

Peu importe la méthode de résolution d'équations utilisée, il est suggéré de valider la solution en la substituant dans l'équation de départ.

Nom : ____

Groupe : ____________________ Date : ____________

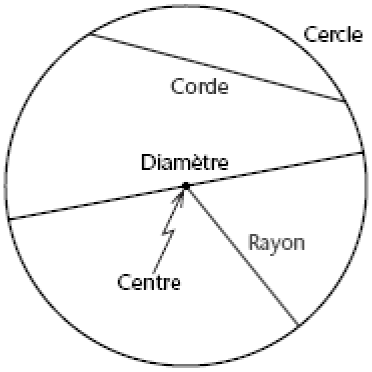
Cercle

Un **cercle** est une ligne fermée dont tous les points sont à égale distance d'un même point appelé centre.

Le **rayon** est un segment ou la longueur d'un segment reliant un point quelconque d'un cercle à son centre.

Une **corde** est un segment reliant deux points quelconques d'un cercle.

Le **diamètre** est un segment ou la longueur d'un segment reliant deux points d'un cercle et passant par le centre du cercle. Le diamètre correspond à la plus longue corde d'un cercle et sa mesure est le double de celle du rayon.

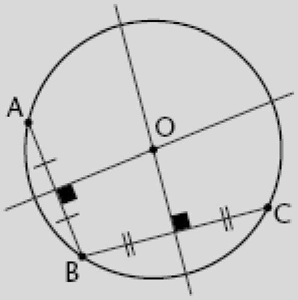


Trois points non alignés déterminent un et un seul cercle.

Toutes les médiatrices des cordes d'un cercle se rencontrent au centre de ce cercle.

Ex. :

- Il existe un seul cercle passant par les points A, B et C.
- Le point d'intersection O des médiatrices des cordes AB et BC correspond au centre du cercle.



Circonférence

La **circonférence** est la longueur ou le périmètre d'un cercle.

Quel que soit le cercle, le rapport de sa circonférence à son diamètre est toujours le même et est désigné par le nombre π, qui se lit « pi » et qui vaut environ 3,1416. Dans un cercle dont la circonférence est C, le diamètre est *d* et le rayon est *r*.

$\frac{C}{d} = \pi$ $C = \pi d$ $C = 2\pi r$

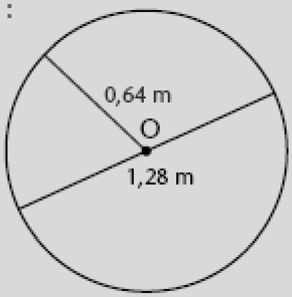
Ex. :

- Calcul de la circonférence C d'après le diamètre *d* du cercle de centre O :

$$\begin{aligned} C &= \pi d \\ &= \pi \times 1{,}28 \\ &\approx 4{,}02 \text{ m} \end{aligned}$$

- Calcul de la circonférence C d'après le rayon *r* du cercle de centre O :

$$\begin{aligned} C &= 2\pi r \\ &= 2 \times \pi \times 0{,}64 \\ &\approx 4{,}02 \text{ m} \end{aligned}$$



Nom : ______________________________

Groupe : ________________ Date : __________

Calepin des savoirs 14.2

Manuel de l'élève, p. 57

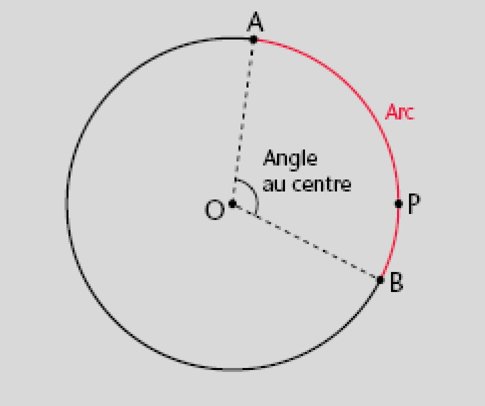
Angle au centre et arc de cercle

Dans un cercle, un **angle au centre** est formé de deux rayons. Le sommet de l'angle correspond au centre du cercle.

Ex. : ∠ AOB est un angle au centre.

Un **arc de cercle** correspond à la portion de cercle délimitée par deux points.

Ex. : L'arc de cercle délimité par les points A et B et passant par le point P est noté $\overset{\frown}{APB}$.

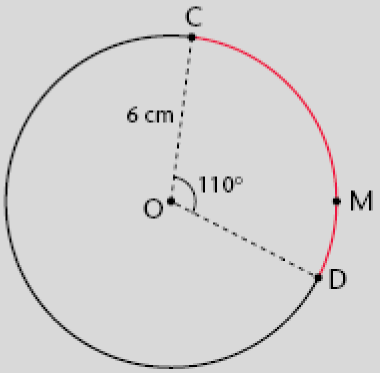


La mesure d'un arc de cercle peut être exprimée de deux façons, soit en degrés, soit en unités de longueur. Un arc de cercle a pour mesure en degrés celle de l'angle au centre qui l'intercepte.

Le rapport de la mesure de l'angle au centre à 360° est équivalent au rapport de la longueur de l'arc intercepté à la circonférence :

$$\frac{\text{mesure de l'angle au centre}}{360°} = \frac{\text{longueur de l'arc}}{\text{circonférence}}$$

Ex. : Puisque l'angle au centre COD, qui mesure 110°, intercepte l'arc CMD, alors la mesure de cet arc est aussi de 110°.



Voici deux stratégies possibles pour déterminer la longueur de $\overset{\frown}{CMD}$.

1) On forme la proportion suivante :

$$\frac{110}{360} = \frac{\text{longueur de } \overset{\frown}{CMD}}{2 \times \pi \times 6}$$

Longueur de $\overset{\frown}{CMD}$:
$110 \times 2 \times \pi \times 6 \div 360 = 11{,}52$ cm

2) La longueur de $\overset{\frown}{CMD}$ correspond donc aux $\frac{110}{360}$ de la circonférence.

Circonférence : $2 \times \pi \times 6 = 37{,}7$

Longueur de $\overset{\frown}{CMD}$:
$\frac{110}{360} \times 37{,}7 = 11{,}52$ cm

Nom : ______________________________

Groupe : ______________ Date : __________

Calepin des savoirs 14.3

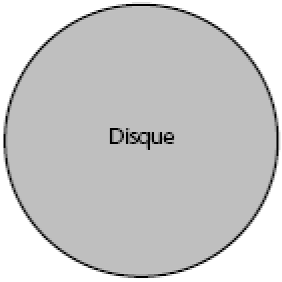
Manuel de l'élève, p. 67

Disque

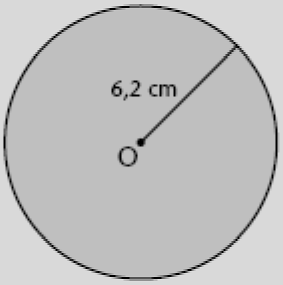
Un **disque** est la région du plan délimitée par un cercle.

La formule qui permet de calculer l'aire d'un disque de rayon *r* est :

Aire du disque = πr^2.



Ex. : On détermine l'aire du disque illustré ci-contre en effectuant $\pi \times 6{,}2^2 = 120{,}76 \text{ cm}^2$.

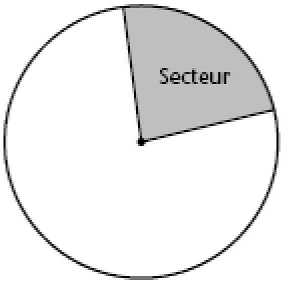


Secteur

Un **secteur** est une portion de disque délimitée par deux rayons. L'aire d'un secteur correspond à une partie de celle du disque.

Le rapport de la mesure de l'angle au centre à 360° est équivalent au rapport de l'aire du secteur à l'aire du disque.

$$\frac{\text{Mesure de l'angle au centre}}{360^\circ} = \frac{\text{aire du secteur}}{\text{aire du disque}}$$



Ex. : Voici deux stratégies possibles pour déterminer l'aire du secteur illustré ci-contre :

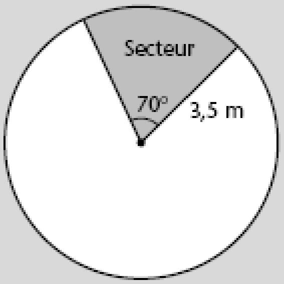
1) On forme la proportion suivante :

$$\frac{70}{360} = \frac{\text{aire du secteur}}{\pi \times 3{,}5^2}$$

$$70 \times \pi \times 3{,}5^2 \div 360 = 7{,}48 \text{ m}^2$$

2) L'aire du secteur correspond aux $\frac{70}{360}$ de l'aire du disque.

$$\frac{70}{360} \times \pi \times 3{,}5^2 = 7{,}48 \text{ m}^2$$



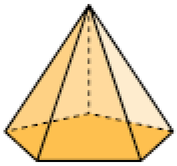
Solides

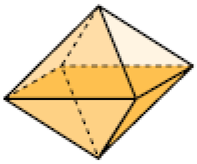
Solide

Un solide est une portion d'espace limitée par une surface fermée.

Polyèdre

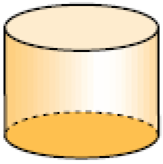
Un polyèdre est un solide limité par des faces planes qui sont des polygones.

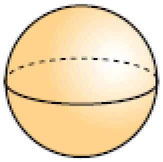




Corps rond

Un corps rond est un solide limité par au moins une face courbe.





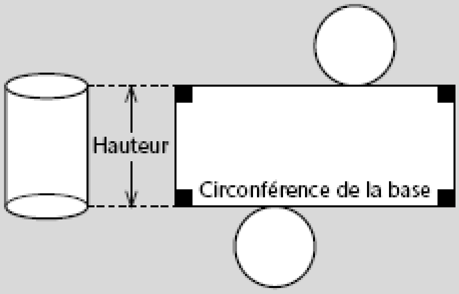
Cylindre circulaire droit

La surface d'un cylindre circulaire droit est constituée de trois faces : deux disques et un rectangle. Voici un développement possible d'un cylindre circulaire droit :

Dans un cylindre circulaire droit :

- les bases sont des disques parallèles et isométriques ;
- la face latérale est un rectangle perpendiculaire aux bases ;
- la hauteur correspond à la distance entre les deux bases.

Ex. :



Aire latérale ou totale d'un cylindre circulaire droit

Dans un cylindre circulaire droit :

- l'aire des bases correspond à la somme des aires des deux disques ;
- l'aire latérale correspond à l'aire du rectangle ;
- l'aire totale correspond à la somme des aires des bases et de la face latérale, c'est-à-dire à la somme des aires de toutes les faces.

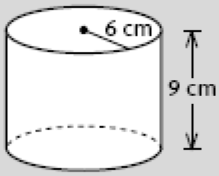
Ex. : Aire totale du cylindre circulaire droit = (aire des bases) + (aire latérale)

$= \pi \times 6^2 \times 2 + 2 \times \pi \times 6 \times 9$

$= 72\pi + 108\pi$

$= 565,49$

L'aire totale est d'environ 565,49 cm².



Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

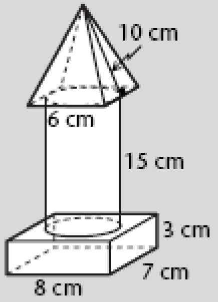
Calepin des savoirs 14.4

Manuel de l'élève, p. 76

Aire d'un solide décomposable

Pour calculer l'aire d'un solide dont la forme est complexe, on peut le décomposer en solides plus simples.

Ex. : Le solide ci-contre est décomposable en un prisme droit à base rectangulaire, un cylindre circulaire droit et une pyramide régulière à base carrée.



(Aire totale du solide décomposable)	=	(Aire totale du prisme droit à base rectangulaire)	+	(Aire latérale du cylindre circulaire droit)	+	(Aire totale de la pyramide régulière à base carrée)	−	(Aire des bases du cylindre circulaire droit)
	=	202	+	90π	+	156	−	18π
	≈	584,19 cm²						

Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Probabilité théorique

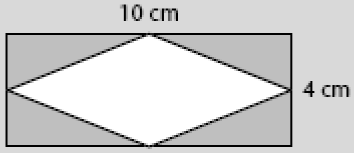
La **probabilité théorique** d'un événement est un nombre qui quantifie la possibilité que cet événement se produise. On peut exprimer une probabilité sous la forme d'une fraction, d'un pourcentage ou en notation décimale.

$$\text{Probabilité théorique} = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}$$

Ex. : 1) Lorsqu'on lance un dé à six faces, la probabilité de l'événement « obtenir un nombre inférieur à 6 » est notée comme suit :

$$P(\text{nombre} < 6) = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}} = \frac{5}{6}.$$

2) Lorsqu'on choisit un point au hasard dans la figure ci-contre, la probabilité de l'événement « le point est à l'intérieur du losange » est notée comme suit :



$$P(\text{point à l'intérieur du losange}) = \frac{\text{aire du losange}}{\text{aire du rectangle}} = \frac{20\ \text{cm}^2}{40\ \text{cm}^2} = \frac{1}{2}.$$

La **probabilité** d'un événement est un **nombre de 0 à 1.**

Probabilité fréquentielle

La **probabilité fréquentielle** d'un événement est le nombre obtenu à la suite d'une **expérimentation.** Elle est souvent utilisée lorsque la probabilité théorique est impossible à calculer.

$$\text{Probabilité fréquentielle} = \frac{\text{nombre de fois que le résultat attendu s'est réalisé}}{\text{nombre de fois que l'expérience a été répétée}}$$

Ex. : On établit la probabilité fréquentielle qu'un joueur ou une joueuse de quilles fasse un abat d'après ses lancers précédents.

Plus le nombre de répétitions d'une expérience aléatoire est grand, plus la probabilité fréquentielle tend à s'approcher de la probabilité théorique.

Probabilité d'un événement

La **probabilité d'un événement** composé de plusieurs événements élémentaires est égale à la somme des probabilités de chacun de ces événements élémentaires.

Ex. : Un sac contient 6 billes rouges, 3 billes vertes et 2 billes blanches. Comme « tirer une bille rouge » et « tirer une bille verte » sont deux événements élémentaires, la probabilité de l'événement « tirer une bille rouge ou verte » se note comme suit :

$$\begin{aligned} P(\text{rouge ou verte}) &= P(\text{rouge}) + P(\text{verte}) \\ &= \frac{6}{11} + \frac{3}{11} \\ &= \frac{9}{11} \end{aligned}$$

Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Calepin des savoirs 15.1

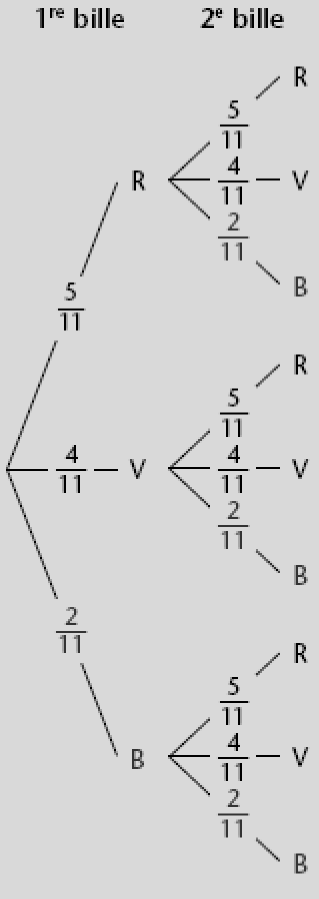
Manuel de l'élève, p. 100

Dénombrement et probabilité d'un événement d'une expérience aléatoire à plusieurs étapes

Pour déterminer le nombre de résultats possibles de certaines expériences à plusieurs étapes, on peut multiplier le nombre de résultats possibles à chacune des étapes. Le diagramme en arbre illustre bien toutes ces possibilités.

En ajoutant une probabilité sur chacune des branches du diagramme en arbre, on obtient l'arbre des probabilités. La probabilité d'un événement élémentaire d'une expérience à plusieurs étapes est égale au produit des probabilités de chacun des événements intermédiaires à chacune des étapes qui forment cet événement.

Ex. : On tire une bille d'un sac contenant 5 billes rouges, 4 billes vertes et 2 billes bleues. On remet cette bille dans le sac, puis on en tire une de nouveau.



Résultat	Probabilité
(R, R)	$\frac{5}{11} \times \frac{5}{11} = \frac{25}{121}$
(R, V)	$\frac{5}{11} \times \frac{4}{11} = \frac{20}{121}$
(R, B)	$\frac{5}{11} \times \frac{2}{11} = \frac{10}{121}$
(V, R)	$\frac{4}{11} \times \frac{5}{11} = \frac{20}{121}$
(V, V)	$\frac{4}{11} \times \frac{4}{11} = \frac{16}{121}$
(V, B)	$\frac{4}{11} \times \frac{2}{11} = \frac{8}{121}$
(B, R)	$\frac{2}{11} \times \frac{5}{11} = \frac{10}{121}$
(B, V)	$\frac{2}{11} \times \frac{4}{11} = \frac{8}{121}$
(B, B)	$\frac{2}{11} \times \frac{2}{11} = \frac{4}{121}$

Nombre de résultats possibles : 3 × 3 = 9

La **somme des probabilités** de tous les événements élémentaires d'une expérience aléatoire est **1.**

Ex. : La somme des probabilités de l'exemple précédent se calcule comme suit :

$$\frac{25}{121} + \frac{20}{121} + \frac{10}{121} + \frac{20}{121} + \frac{16}{121} + \frac{8}{121} + \frac{10}{121} + \frac{8}{121} + \frac{4}{121} = \frac{121}{121} = 1$$

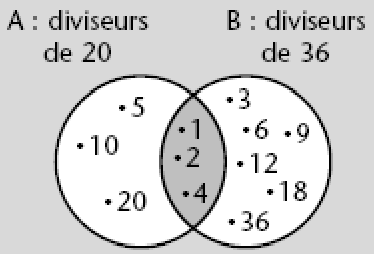
Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Intersection de deux ensembles

Le symbole ∩ se lit « inter » ou « intersection ». Il représente les éléments communs à deux ensembles. Dans le diagramme de Venn ci-dessous, l'intersection des ensembles A et B correspond à la partie ombrée.

Ex. :



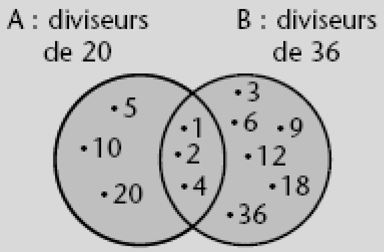
A ∩ B = {1, 2, 4}, ce qui correspond aux diviseurs à la fois de 20 et de 36.

Le symbole ∩ est souvent associé à la conjonction *et*.

Réunion de deux ensembles

Le symbole ∪ se lit « union ». Il représente tous les éléments des deux ensembles. Dans le diagramme de Venn ci-dessous, l'union correspond à la partie ombrée.

Ex. :



A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 18, 20, 36}, ce qui correspond aux diviseurs de 20 ou de 36.

Le symbole ∪ est souvent associé à la conjonction *ou*.

Événements complémentaires

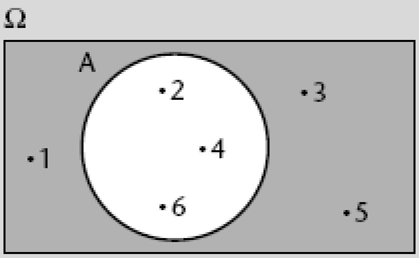
Deux événements sont complémentaires s'ils ne possèdent aucun résultat commun et si la réunion des résultats possibles des deux événements correspond à l'univers des résultats possibles.

Le symbole ∅ désigne un ensemble vide.
Le symbole Ω se prononce «oméga» et désigne l'univers des résultats possibles.

Si A ∩ B = ∅ et que A ∪ B = Ω, alors les événements A et B sont complémentaires.

L'événement complémentaire à l'événement A est noté A' et se lit « A complément ».

Ex. : Au lancer d'un dé, l'événement complémentaire à l'événement A «obtenir un nombre pair» est l'événement A' «obtenir un nombre impair». Dans le diagramme de Venn ci-contre, l'événement A' est représenté par la partie ombrée.



Nom : ____

Groupe : ________________________ Date : ______________

La somme des probabilités d'un événement et de son complément est toujours 1.

$$\boxed{P(\text{A}) + P(\text{A}') = 1}$$

Ex. : Un sac contient 4 billes rouges, 2 billes vertes et 5 billes jaunes. On tire une bille au hasard. L'événement complémentaire à l'événement A « obtenir une bille verte » est l'événement A' « ne pas obtenir une bille verte » :

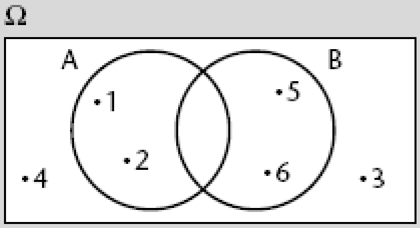
$$P(\text{A}) + P(\text{A}') = \frac{2}{11} + \frac{9}{11} = 1$$

Il arrive parfois que la probabilité de l'événement complémentaire soit plus simple à calculer que la probabilité de l'événement lui-même. On calcule alors la probabilité du complément et on la soustrait de 1 pour obtenir la probabilité de l'événement.

Événements incompatibles et événements compatibles

Des événements sont **incompatibles** s'ils ne possèdent **aucun résultat commun**, c'est-à-dire si $\text{A} \cap \text{B} = \varnothing$. Deux événements incompatibles ne peuvent pas se produire en même temps.

Ex. : Au lancer d'un dé, l'événement A « obtenir un nombre inférieur à 3 » et l'événement B « obtenir un nombre supérieur à 4 » sont des événements incompatibles, car ils n'ont aucun résultat commun.



La probabilité de l'événement « obtenir un nombre inférieur à 3 ou supérieur à 4 » se note comme suit :

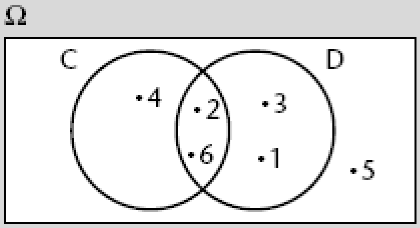
$$P(\text{A ou B}) = P(\text{A}) + P(\text{B})$$

$$P(\text{A ou B}) = \frac{2}{6} + \frac{2}{6}$$

$$P(\text{A ou B}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Des événements sont **compatibles** s'ils possèdent **au moins un résultat commun**, c'est-à-dire si $\text{A} \cap \text{B} \neq \varnothing$. Deux événements compatibles peuvent se produire en même temps.

Ex. : Au lancer d'un dé, l'événement C « obtenir un nombre pair » et l'événement D « obtenir un diviseur de 6 » sont des événements compatibles, car ils ont au moins un résultat commun.



La probabilité de l'événement « obtenir un nombre pair ou un diviseur de 6 » se note comme suit :

$$P(\text{C ou D}) = P(\text{C}) + P(\text{D}) - P(\text{C} \cap \text{D})$$

$$P(\text{C ou D}) = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} - \frac{2}{6}$$

$$P(\text{C ou D}) = \frac{5}{6}$$

On doit soustraire la probabilité de l'intersection, car on l'a additionnée deux fois.

Le diagramme de Venn permet de déterminer la probabilité d'événements faisant intervenir des événements compatibles et des événements incompatibles.

Nom : ____

Groupe : _________________________ Date : ______________

Expérience aléatoire à plusieurs étapes avec remise ou sans remise

On peut mener une expérience aléatoire à plusieurs étapes avec remise ou sans remise. **Avec remise,** les probabilités demeurent identiques d'étape en étape. **Sans remise,** le résultat d'une étape influence les probabilités de l'étape suivante.

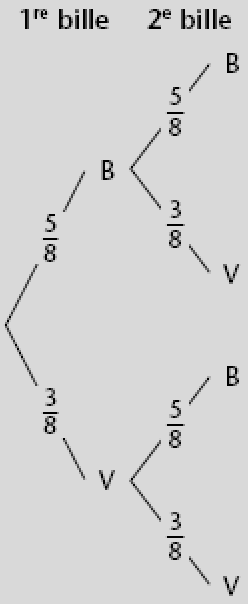
$$\boxed{P(\text{A suivi de B}) = P(\text{A}) \times P(\text{B, étant donné que A s'est produit})}$$

Ex. :

1) Expérience aléatoire **avec remise**

On tire une bille d'un sac contenant 5 billes bleues et 3 billes vertes.

On remet cette bille dans le sac, puis on tire de nouveau une bille.



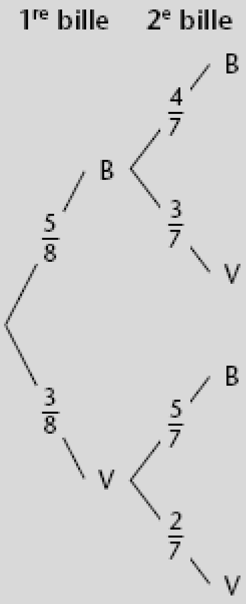
Résultat	Probabilité
(B, B)	$\frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{25}{64}$
(B, V)	$\frac{5}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{15}{64}$
(V, B)	$\frac{3}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{15}{64}$
(V, V)	$\frac{3}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{9}{64}$

Le dénominateur est 8, car on a remis dans le sac la 1re bille tirée.

2) Expérience aléatoire **sans remise**

On tire une bille d'un sac contenant 5 billes bleues et 3 billes vertes.

On ne remet pas cette bille dans le sac, puis on tire de nouveau une bille.



Résultat	Probabilité
(B, B)	$\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{56} = \frac{5}{14}$
(B, V)	$\frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$
(V, B)	$\frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{56}$
(V, V)	$\frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$

Le dénominateur est 7, car on n'a pas remis dans le sac la 1re bille tirée.

Événements indépendants et événements dépendants

Deux événements sont **indépendants** si la réalisation de l'un **n'influence pas** la probabilité de réalisation de l'autre.

Ex. : Quand on lance une pièce de monn la réalisation de l'événement « obtenir face » au premier lancer n'influence pas la probabilité de réalisation de l'événement B « obtenir pile » au lancer suivant.

Deux événements sont **dépendants** si la réalisation de l'un **influence** la probabilité de réalisation de l'autre.

Ex. : Si l'on tire, sans remise, deux cartes d'un jeu de cartes, la réalisation de l'événement « obtenir un as » au premier tirage influence la probabilité de réalisation de l'événement « obtenir un roi » au deuxième tirage.

Expérience aléatoire avec ordre ou sans ordre

Dans une expérience aléatoire, on peut tenir compte de l'ordre des résultats ou ne pas en tenir compte. Lorsqu'on ne tient pas compte de l'ordre, l'univers des résultats possibles comprend généralement moins de résultats.

On détermine le nombre de résultats possibles d'une expérience **sans ordre et sans remise** comme suit :

$$\text{Nombre de résultats possibles d'une expérience } \textbf{sans ordre} \text{ et } \textbf{sans remise} = \frac{\text{nombre de résultats possibles en tenant compte de l'ordre}}{\text{nombre de façons différentes d'écrire un résultat en tenant compte de l'ordre}}$$

Ex. : On réalise l'expérience aléatoire qui consiste à tirer 4 billes de couleur sans ordre et sans remise d'un sac contenant 5 billes : 1 rouge, 1 bleue, 1 verte, 1 mauve et 1 orange. On détermine le nombre de résultats possibles comme suit :

$$\text{Nombre de résultats possibles} = \frac{\text{nombre de résultats possibles en tenant compte de l'ordre}}{\text{nombre de façons différentes d'écrire un résultat en tenant compte de l'ordre}} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{120}{24} = 5$$

Il y a 24 façons d'écrire le résultat si l'on tient compte de l'ordre :
(r, b, o, v), (r, b, v, o), (b, r, v, o), (b, r, o, v), (b, o, r, v), (b, o, v, r), (o, b, r, v), (o, b, v, r),
(o, r, b, v), (o, r, v, b), (r, o, b, v), (r, o, v, b), (r, v, b, o), (r, v, o, b), (v, r, o, b), (v, r, b, o),
(b, v, r, o), (b, v, o, r), (v, b, r, o), (v, b, o, r), (o, v, b, r), (o, v, r, b), (v, o, b, r), (v, o, r, b).

L'univers des résultats possibles est donc composé de cinq éléments.

$$\Omega = \{(r, b, v, m), (r, b, v, o), (r, b, m, o), (r, v, m, o), (b, v, m, o)\}.$$

On peut aussi déterminer le nombre de résultats possibles d'une expérience **sans ordre et sans remise** en construisant un diagramme en arbre.

Nom : ____

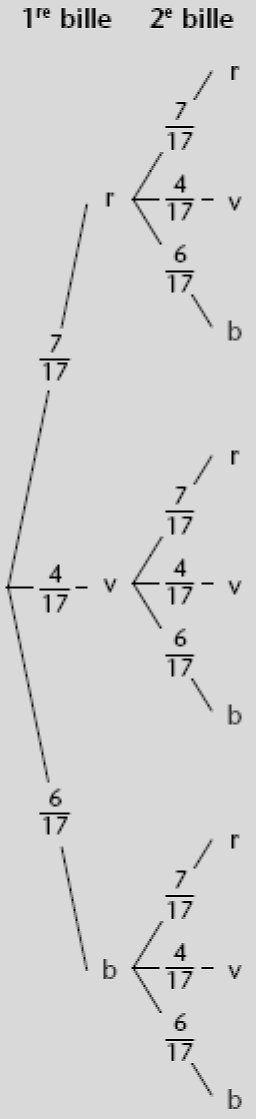
Groupe : ______________________ Date : _____________

Probabilité d'un événement composé de plusieurs événements élémentaires

On peut déterminer la probabilité d'un événement composé de plusieurs événements élémentaires comme suit :

1. on construit d'abord l'arbre des probabilités ;
2. on additionne ensuite toutes les probabilités des événements élémentaires qui correspondent à l'événement recherché.

Ex. : Un sac contient 7 billes rouges (r), 4 billes vertes (v) et 6 billes blanches (b). On veut calculer la probabilité de l'événement « obtenir au moins 1 bille verte » au cours de tirages successifs de 2 billes avec remise.



Résultat	Probabilité
(r, r)	$\frac{7}{17} \times \frac{7}{17} = \frac{49}{289}$
$\boxed{(r, v)}$	$\frac{7}{17} \times \frac{4}{17} = \boxed{\frac{28}{289}}$
(r, b)	$\frac{7}{17} \times \frac{6}{17} = \frac{42}{289}$
$\boxed{(v, r)}$	$\frac{4}{17} \times \frac{7}{17} = \boxed{\frac{28}{289}}$
$\boxed{(v, v)}$	$\frac{4}{17} \times \frac{4}{17} = \boxed{\frac{16}{289}}$
$\boxed{(v, b)}$	$\frac{4}{17} \times \frac{6}{17} = \boxed{\frac{24}{289}}$
(b, r)	$\frac{6}{17} \times \frac{7}{17} = \frac{42}{289}$
$\boxed{(b, v)}$	$\frac{6}{17} \times \frac{4}{17} = \boxed{\frac{24}{289}}$
(b, b)	$\frac{6}{17} \times \frac{6}{17} = \frac{36}{289}$

$P(\text{obtenir au moins une bille verte}) = \frac{28}{289} + \frac{28}{289} + \frac{16}{289} + \frac{24}{289} + \frac{24}{289} = \frac{120}{289}$

Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Calepin des savoirs 16.1

Manuel de l'élève, p. 154

Caractère

Ce sur quoi porte la recherche de données. Il existe deux types de caractères :

- **qualitatifs** : les données recueillies sont des **mots** ou des **codes**;

  Ex. : Couleur des cheveux, marque de voiture, numéro de membre.

- **quantitatifs** : les données recueillies sont des **nombres.**

  Ex. : Nombre d'animaux domestiques, nombre de sports pratiqués, taille.

Les caractères quantitatifs se divisent en deux catégories.

Quantitatif discret	**Quantitatif continu**
Les données recueillies sont des nombres naturels.	Les données recueillies ne sont pas nécessairement des nombres naturels.
Ex. : Nombre de billets vendus par personne. Voici quelques données recueillies : 4, 12, 35, 41.	Ex. : Taille en mètres des élèves de ta classe. Voici quelques données recueillies : 1; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8.

Sondage

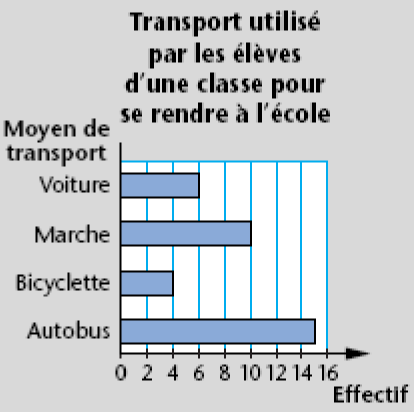
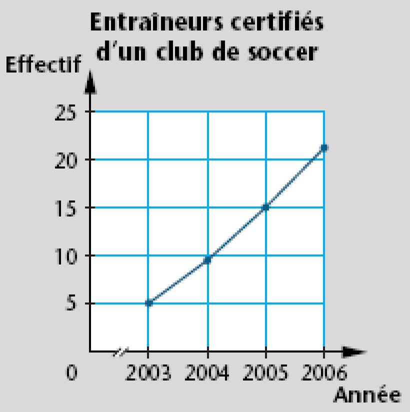
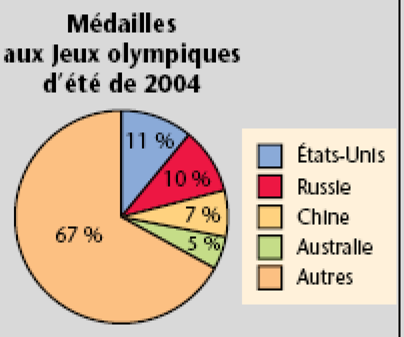
Recherche d'informations sur une partie d'une population, appelée l'**échantillon,** afin de tirer des conclusions sur l'ensemble de cette population.

Ex. : On effectue un sondage auprès de 1000 personnes utilisant le transport en commun de Sherbrooke afin de connaître leur degré de satisfaction.

Différents types de diagrammes statistiques

En statistique, on utilise souvent des diagrammes pour présenter des informations d'une manière claire et concise.

Ex. :

Diagramme à bandes	Diagramme à ligne brisée	Diagramme circulaire
		

Nom : ______________________________

Groupe : ____________________ Date : ____________

Pourcentage d'un nombre

Un pourcentage est une fraction dont le dénominateur est 100.
On calcule le pourcentage d'un nombre en effectuant une multiplication.

a % de b = a % x b

Ex. : Pour calculer 40 % de 60, on peut utiliser la notation :

1) fractionnaire : $\frac{40}{100} \times \frac{60}{1} = \frac{2}{5} \times \frac{60}{1} = 24$;

2) décimale : $0{,}4 \times 60 = 24$.

Tableau de distribution

En statistique, on utilise souvent des tableaux de distribution pour présenter les données obtenues. On peut exprimer la répartition des données à l'aide des effectifs ou des fréquences.

- L'**effectif** est le nombre de fois que chacune des modalités ou des valeurs apparaît.
- La **fréquence** correspond au **rapport d'un effectif à l'effectif total.** Ce rapport est généralement exprimé sous la forme d'un pourcentage.

$$\text{Fréquence exprimée en pourcentage} = \frac{\text{effectif d'une modalité ou d'une valeur}}{\text{effectif total}} \times 100$$

Ex. :

Sport préféré

Sport	Effectif	Fréquence (%)
Basket-ball	12	$12 \div 80 \times 100 = 15$
Hockey	25	$25 \div 80 \times 100 = 31{,}25$
Soccer	43	$43 \div 80 \times 100 = 53{,}75$
Total	80	100

Les différentes formes que peuvent prendre les données sont appelées *modalités* dans le cas d'un caractère qualitatif et *valeurs* dans le cas d'un caractère quantitatif. Dans l'exemple ci-contre, les sports (basket-ball, hockey, soccer) sont des modalités.

Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Échantillon

Il est parfois impossible, inutile ou trop coûteux de réunir des informations concernant tous les éléments d'une population. On choisit alors un **échantillon,** c'est-à-dire **une partie de la population.** À partir des données obtenues avec cet échantillon, on tire des conclusions pour l'ensemble de la population.

Ex. : On veut connaître la taille moyenne des Canadiennes de 16 ans. Il serait difficile de recueillir cette information pour toutes les Canadiennes de 16 ans. On choisit donc un échantillon parmi celles-ci.

Méthodes d'échantillonnage

Afin de s'assurer que les conclusions tirées à partir d'un échantillon représenteront bien la population, on utilise différentes méthodes pour choisir un échantillon représentatif de la population. En voici deux :

Aléatoire simple	**Systématique**
Pour constituer un échantillon aléatoire simple, tous les éléments de la population doivent avoir la même probabilité d'être choisis. Ex. : On numérote tous les éléments de la population et on tire au hasard le nombre voulu d'éléments pour former l'échantillon.	L'échantillonnage systématique consiste, à partir d'une liste de tous les éléments d'une population, à choisir chaque n^e élément suivant un premier élément choisi au hasard. Ex. : Une coiffeuse a dressé la liste complète de ses 250 clients et clientes. Elle désire former un échantillon de 25 personnes. Elle tire au hasard un nombre et obtient 3. Elle interrogera donc la 3^e personne sur sa liste, puis chaque 10e personne subséquente, c'est-à-dire la 13^e personne, la 23^e personne, et ainsi de suite. Ces personnes constituent l'échantillon.

Sources de biais

Les **sources de biais** sont différentes causes qui peuvent mener à des **conclusions erronées.**

Ex. : Voici des sources de biais possibles :

- un échantillon non représentatif de la population ;
- une mauvaise formulation de la question ;
- l'attitude de la personne qui fait le sondage ;
- une représentation inadéquate des résultats obtenus ;
- le rejet d'une trop grande partie de l'échantillon.

Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Calepin des savoirs 16.2

Manuel de l'élève, p. 165

Calcul du cent pour cent

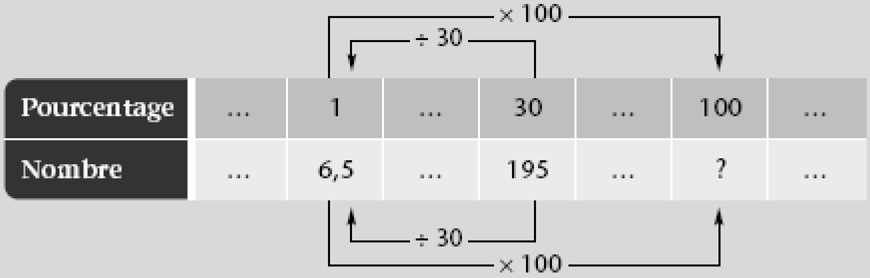
Il existe différentes stratégies pour calculer le cent pour cent. En voici quatre :

Ex. : Si 30 % d'un nombre est 195, alors quel est ce nombre ?

Pour déterminer le nombre, c'est-à-dire le 100 %, on peut :

1) EFFECTUER UN RETOUR À L'UNITÉ;

Ex. :



Pourcentage	...	1	...	30	...	100	...
Nombre	...	6,5	...	195	...	?	...

On détermine la valeur manquante comme suit : 195 ÷ 30 × 100 = 650.

2) DÉTERMINER LE COEFFICIENT DE PROPORTIONNALITÉ;

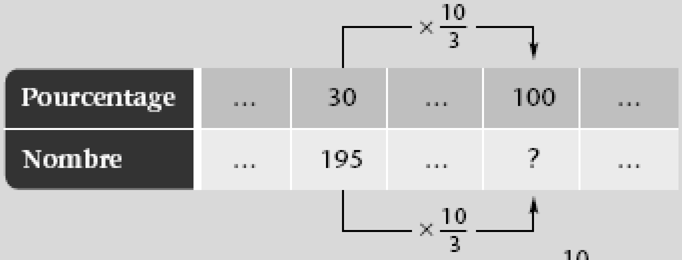
Ex. :

Pourcentage	...	30	...	100	...
Nombre	...	195	...	?	...

On détermine la valeur manquante comme suit : 100 × 6,5 = 650.

3) DÉTERMINER LE FACTEUR DE CHANGEMENT;

Ex. :

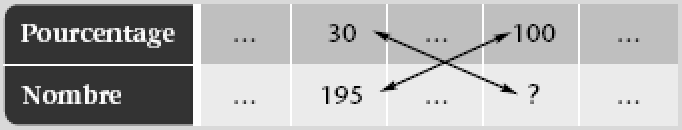


Pourcentage	...	30	...	100	...
Nombre	...	195	...	?	...

On détermine la valeur manquante comme suit : $195 \times \frac{10}{3} = 650$.

4) UTILISER LE PRODUIT DES EXTRÊMES ET LE PRODUIT DES MOYENS.

Ex. :



Pourcentage	...	30	...	100	...
Nombre	...	195	...	?	...

On détermine la valeur manquante dans la proportion $\frac{30}{195} = \frac{100}{?}$ comme suit :
195 × 100 ÷ 30 = 650.

Nom : ____

Groupe : ______________________ Date : _____________

Diagramme circulaire

On utilise généralement le diagramme circulaire pour présenter les données recueillies lors d'une étude statistique portant sur un **caractère qualitatif.** Il permet de représenter les différentes parties d'un tout à l'aide d'un **disque partagé en secteurs.** La mesure de l'**angle au centre** de chacun des secteurs est proportionnelle à l'effectif ou à la fréquence de la modalité ou de la valeur qu'il représente.

Construction d'un diagramme circulaire

1. Déterminer la mesure de l'angle au centre du secteur correspondant à chacune des modalités ou des valeurs.

Ex. : 1) À l'aide des effectifs.

Saison préférée des Québécois et Québécoises

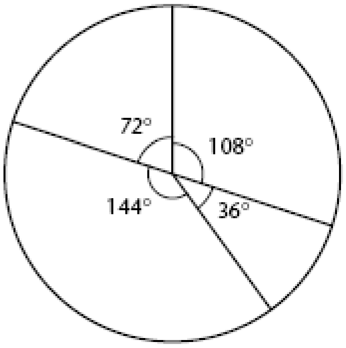
Saison	Effectif	Mesure de l'angle au centre (°)
Hiver	12	$\frac{12}{40} = \frac{?}{360}$ ou $\frac{12}{40} \times 360 = ?$ donc ? = 108
Printemps	4	$\frac{4}{40} = \frac{?}{360}$ ou $\frac{4}{40} \times 360 = ?$ donc ? = 36
Été	16	$\frac{16}{40} = \frac{?}{360}$ ou $\frac{16}{40} \times 360 = ?$ donc ? = 144
Automne	8	$\frac{8}{40} = \frac{?}{360}$ ou $\frac{8}{40} \times 360 = ?$ donc ? = 72
Total	40	360

Ex. : 2) À l'aide des fréquences exprimées en pourcentages.

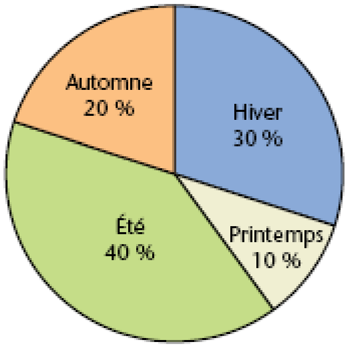
Saison préférée des Québécois et Québécoises

Saison	Fréquence (%)	Mesure de l'angle au centre (°)
Hiver	30	$\frac{30}{100} = \frac{?}{360}$ ou $\frac{30}{100} \times 360 = ?$ donc ? = 108
Printemps	10	$\frac{10}{100} = \frac{?}{360}$ ou $\frac{10}{100} \times 360 = ?$ donc ? = 36
Été	40	$\frac{40}{100} = \frac{?}{360}$ ou $\frac{40}{100} \times 360 = ?$ donc ? = 144
Automne	20	$\frac{20}{100} = \frac{?}{360}$ ou $\frac{20}{100} \times 360 = ?$ donc ? = 72
Total	100	360

2. Tracer un cercle, marquer le centre et, à l'aide du rapporteur, représenter les différents secteurs.



Saison préférée des Québécois et Québécoises



On peut identifier chacun des secteurs directement sur le diagramme circulaire ou à l'aide d'une légende.